

מישרים
להוגנות בחינוך



סקירת ספרות -

הוראה ולמידה של מתמטיקה בקרב אוכלוסיות מרקע של עוני והדרה

אנסטסיה יוחנן



אוגוסט 2026, אלול תשפ"ו

תוכן עניינים

3	תקציר מנהלים
5	מבוא
6	פרק 1 מאפייני התלמיד וסביבתו
6	1.1. פערי יסוד מתמטיים מצטברים
6	1.2. מאפייני הבית והשפעתם על למידת המתמטיקה
7	1.3. תחושת מסוגלות ודפוס חשיבה
8	1.4. תרבות המאופיינת בחוסר תוחלת
9	1.5. זהות מתמטית שלילית
10	פרק 2 מאפייני המורים
10	2.1. השכלה, הכשרה ופיתוח מקצועי
12	2.2. ציפיות מורים והשפעתן על ההוראה
13	2.3. שיבוץ ותחלופה של מורים
15	2.4. יחסי מורה-תלמיד וקשר אישי
15	2.5. משאבים ותנאים בעבודת המורה
16	פרק 3 עקרונות התערבות לקידום הוראת המתמטיקה
16	3.1. ליווי ואימון פדגוגי
17	3.2. קהילות למידה מקצועיות כמנוף לשינוי
18	3.3. הנגשת משאבי הוראה איכותיים
18	3.4. תנאים להצלחת ההתערבות
20	פרק 4 גישות ופרקטיקות הוראה
20	4.1. גישות בהוראת המתמטיקה
23	4.2. פרקטיקות הוראה אפקטיביות
27	דיון וסיכום
28	נספח
36	מקורות

תקציר מנהלים

מיזם משרים שואף לקדם הוגנות בחינוך היסודי ולצמצם פערים בקרב תלמידים מרקע של עוני והדרה. עד כה עסק המיזם בעיקר באוריינות השפתית, וכעת, עם המעבר לשלב ב' ופריסתו ההדרגתית לכ-72 בתי ספר, הוא מתרחב גם לתחום המתמטיקה. מהלך זה מתרחש בתקופה של שינוי רחב במערכת, שבה מתחלפת בהדרגה תוכנית הלימודים במתמטיקה בבתי הספר היסודיים, והתוכנית החדשה מבוססת על הבנה מעמיקה, שיח מתמטי וחשיבה ביקורתית. עבור תלמידים מרקע של עוני והדרה **האתגר כפול**, שכן הדגשים החדשים מציבים דרישות גבוהות בפני אוכלוסייה המתמודדת ממילא עם פערים לימודיים וחברתיים עמוקים.

סקירה זו נכתבה כחלק מתהליך רחב לגיבוש מודל פדגוגי ראשוני במתמטיקה למישרים לקראת שנת הלימודים תשפ"ז. במקביל לכתיבתה פעל צוות חשיבה מקצועי שכלל נציגות מן האקדמיה, משרד החינוך והמחוז, ארגונים העוסקים בקידום הוגנות בחינוך, אנשי שדה, נציגי המרכז לחקר הפדגוגיה וצוות מישרים. עבודת הצוות כללה מיפוי אתגרי הוראת המתמטיקה בבתי ספר המשרתים אוכלוסיות מרקע של עוני והדרה, בחינת אסטרטגיות ומענים קיימים להתמודדות עם האתגרים, וגיבוש כיווני פעולה אפשריים למודל. הסקירה מספקת את הבסיס המחקרי לתהליך זה, ושוארת לאורכה את הקול מן השדה שעלה במפגשים לצד הידע המחקרי, כך שכל תובנה מעוגנת במחקר וכל ממצא מחקרי נבחן מול המציאות בשטח.

קיימת הסכמה רחבה, במחקר ובקרב השותפים לתהליך כאחד, שלפיה הפערים בהישגי המתמטיקה **אינם נובעים מהיעדר יכולת מולדת אלא מהזדמנויות למידה לא שוויוניות, ומכאן שהם ניתנים לשינוי**. על בסיס הנחה זו בחנה הסקירה את הגורמים לפערים ואת הדרכים לצמצומם, והעלתה כמה אתגרים מרכזיים בהוראת המתמטיקה באוכלוסיות אלה לצד צירי פעולה אפשריים. הממצאים מאורגנים סביב ארבעה נושאים המשקפים את מבנה הסקירה: התלמידים וסביבתם, הצוות המקצועי, התנאים להצלחת ההתערבות, וגישות ופרקטיקות הוראה.

פערים הולכים ומתרחבים. הפערים מתחילים כבר בכישורי היסוד, שכן תלמידים מרקע של עוני והדרה נכנסים לבית הספר עם פערים בכישורי מספר בסיסיים, ההולכים ומתרחבים עם השנים משום שהמתמטיקה נבנית נדבך על נדבך. הזדמנויות הלמידה של הילדים מושפעות עוד בבית בטרם כניסתם לבית הספר. מאפייני הסביבה הביתית, ובהם השכלת האם, נמצאו קשורים לפערים, בין היתר דרך תדירות השיח המספרי בבית, נגישות לספרים ולמשחקים וציפיות ההורים. גם מיומנויות שפה נמוכות מקשות על ההתמודדות עם השפה המתמטית, במיוחד כאשר המתמטיקה מוצגת במילים. ככל **שהמענה לפערים אלה יינתן מוקדם יותר, כך גדל הסיכוי לצמצום בעודם קטנים**.

אמונת התלמידים ביכולתם. הישגי התלמידים מושפעים גם מהאופן שבו הם תופסים את עצמם. תחושת המסוגלות, כלומר אמונת התלמיד ביכולתו להתפתח, לרוב נמוכה בקרב אוכלוסיות מרקע של עוני והדרה ומושפעת מאוד מתחושת חוסר התוחלת המתפתחת בעקבות כישלונות חוזרים. תחושה זו אינה רק חוויה אישית אלא נשענת על אמונה קבוצתית משותפת ועל תפיסת התלמיד לגבי "תלמידים כמוני". כאשר אמונה זו נפוצה בבית הספר היא הופכת לנורמה ולתרבות המשפיעה על ההישגים מעבר לתפיסת הפרט. מרכיב חשוב נוסף הוא הזהות המתמטית, כלומר האם התלמידים רואים בעצמם לומדי מתמטיקה השייכים למקצוע. עם זאת, מרבית החוקרים תמימי דעים כי תפיסות אלו **ניתנות לשינוי, וכי הוראה המכוונת לטיפול תחושת המסוגלות והזהות המתמטית עשויה לתרום לשיפור ההישגים**.

הצוות המקצועי. איכות ההוראה היא הגורם המשפיע ביותר על הישגי התלמידים מבין הגורמים שבשליטת המערכת, אך דווקא בו ניכרים פערים מתמשכים. מורות ומורים המלמדים בהקשרים סוציו-אקונומיים נמוכים, פעמים רבות לא הוכשרו להוראת המתמטיקה ואינם משתתפים בהשתלמויות מקצועיות ייעודיות. בנוסף, בהקשרים אלה ניכרת לעיתים תחלופה גבוהה יותר של מורות ומורים, הפוגעת בהמשכיות וביציבות הדרושות במיוחד עבור אוכלוסייה זו. נוסף על כך, ציפיות נמוכות מן התלמידים מתורגמות להוראה טכנית ומצומצמת, המתמקדת בתרגול פרוצדורלי ואינה חושפת את התלמידים לחשיבה והבנה מתמטית. הפער שנוצר, אפוא, אינו נובע מיכולתם של התלמידים אלא מהזדמנויות הלמידה המצומצמות שהם מקבלים. גורמים אלה אינם גזירת גורל, **וניתן לשנותם באמצעות השקעה מכוונת בהכשרת הצוות ובליוי.**

התנאים להצלחת ההתערבות. כמו כל שינוי פדגוגי, שיפור הוראת המתמטיקה אינו תלוי במורה הבודדת, אלא במערכת שלמה התומכת בה. שינוי בר-קיימא מתרחש כאשר קיימת מערכת תמיכה רחבה, ובה ליווי פדגוגי של מורות ומורים בכיתה, למידה משותפת בקהילה בית-ספרית ומשאבי הוראה איכותיים, לצד תנאים כגון מטרות מובהקות ומצומצמות, התמדה לאורך זמן ודמות מובילה המחזיקה את התהליך לאורך הדרך. תובנה מרכזית העולה מן הסקירה היא שמוקד ההתערבות אינו רק שינוי פעולת המורים, אלא **בניית מערכת שתאפשר להם להוביל הוראה איכותית לאורך זמן.**

גישות ופרקטיקות הוראה. לצד האתגרים, הסקירה מציגה גישות ופרקטיקות הוראה שנמצאו יעילות. גישות מרכזיות מדגישות את **המעבר ההדרגתי מייצוג מוחשי אל ייצוג מופשט**, המאפשר לתלמידים לבנות הבנה מושגית בטרם יעברו לעיסוק בסמלים, **וחיבור המתמטיקה לעולמם ולתרבותם של התלמידים** ההופך אותה לרלוונטית וממשית עבורם. מגישות אלה נגזרות פרקטיקות כיתתיות, ובהן: (א) **טיפוח זהות מתמטית ותחושת מסוגלות**; (ב) **ניהול שיח מתמטי שבו התלמידים מנמקים ומסבירים את חשיבתם**; (ג) **נרמול הטעות כחלק מן הלמידה**; (ד) **הוראה דיפרנציאלית המותאמת לרמות שונות**; (ה) **עבודה בקבוצות קטנות**; (ו) **הערכה מעצבת המספקת לתלמידים משוב מקדם**; (ז) **למידה מבוססת משחק המחברת בין הנאה להבנה**. המשותף לכל אלה הוא תפיסה פדגוגית הרואה **בתלמידים לומדים פעילים החושבים, מנמקים ומבנים מתמטיקה.**

מן הסקירה עולה שצמצום הפערים בהישגי המתמטיקה בקרב תלמידים מרקע של עוני והדרה הוא יעד בר-השגה - אך רק כאשר ההתערבות היא רב-ממדית ומערכתית. משמעות הדבר היא שהתערבות אפקטיבית נדרשת לפעול בו-זמנית על התלמיד, על הצוות המקצועי ועל התנאים המערכתיים התומכים בהם, ולהיבנות כתהליך הנמשך לאורך זמן ולא כמהלך חד-פעמי. החוט המקשר את כל אלה הוא ההכרה שכל התלמידים מסוגלים ללמוד מתמטיקה משמעותית, בתנאי שיינתנו להם ההזדמנות והתמיכה המתאימות.

סקירת ספרות זו מוזמנת במסגרת תהליך עבודה לגיבוש מודל פדגוגי לתחום המתמטיקה עבור מיזם מישרים, לקראת שנת הלימודים תשפ"ז. מיזם מישרים שואף לקדם הוגנות בחינוך היסודי ולצמצם פערים בקרב תלמידים מרקע של עוני והדרה. עד כה עסק המיזם בעיקר בתחום האוריינות השפתית, וכעת, במסגרת המעבר לשלב ב' ופריסתו באופן הדרגתי לכ-72 בתי ספר, **הוא מתרחב גם לתחום המתמטיקה.**

מהלך זה מתרחש בתקופה של שינוי רחב יותר במערכת. בשנים האחרונות מתחלפת בהדרגה תוכנית הלימודים במתמטיקה בכל שכבות הגיל בבתי הספר היסודיים, והיא מבוססת על **עקרונות עדכניים**, ובהם איזון בין שטף חישובי לבין הבנה מעמיקה, קידום שיח מתמטי, פיתוח חשיבה ביקורתית ויצירתית ושילוב המיומנויות המתמטיות בתוך כלל נושאי הלימוד. **שינוי זה דורש מכלל הגורמים במערכת ללמוד דברים מחדש, ויוצר הזדמנות לצד אתגר.** אתגר זה עשוי להיות כפול עבור תלמידים מרקע של עוני והדרה, שכן הדגשים החדשים מציבים **דרישות גבוהות בפני האוכלוסייה המתמודדת ממילא עם פערים לימודיים וחברתיים עמוקים.**

הסקירה נשענת על ספרות מחקרית, דוחות מחקריים ומקורות ממשלתיים, ולצדם על דבריהם של חברי צוות החשיבה שהוקם ללוות את גיבוש המודל. הצוות כולל אנשי אקדמיה, נציגי משרד החינוך ואנשי שדה מתחומי המתמטיקה והחינוך, ובהם חוקרים מאוניברסיטת תל אביב, נציגי ארגונים העוסקים בקידום הוגנות בחינוך, מורים ורכזים. ציטוטים מדבריהם, מתוך דיוני הצוות, מובאים בסקירה במסגרות נפרדות הפותחות כל תת-פרק, כקול מן השדה לצד הספרות המחקרית, ומאפשרים לחבר בין הידע המחקרי לבין האתגרים המעשיים של ההוראה בכיתה. הסקירה נועדה לספק לצוות המיזם בסיס ידע מחקרי עדכני שישמש עוגן לגיבוש המודל, ולשמש כלי עבודה מעשי שעליו יתבססו הצוותים בבנייה ובתכנון התכניות לקראת שנת הלימודים.

הסקירה מאורגנת בארבעה פרקים, המשקפים את השאלות המרכזיות שעלו בעבודת הצוות. הפרק הראשון עוסק **במאפייני התלמידים וסביבתם**, ובוחן אילו מאפיינים של תלמידים ומשפחות מרקע סוציו-אקונומי נמוך משפיעים על הישגיהם במתמטיקה ועל הזדמנויות הלמידה שלהם. הפרק השני עוסק **במורים המלמדים מתמטיקה בבתי ספר שרוב תלמידיהם מרקע זה**, הכשרתם, הידע המתמטי שלהם, ציפיותיהם ופיתוחם המקצועי. הפרק השלישי סוקר **תוכניות התערבות** הקיימות בארץ ובעולם, ובוחן את הרציונל שבבסיסן ואת תנאי הצלחתן. הפרק הרביעי עוסק **בכלים ובפרקטיקות הוראה** שנמצאו אפקטיביים בהקשר זה, ובהם עידוד שיח מתמטי, עבודה בקבוצות קטנות, בניית זהות מתמטית וחיזוק תחושת המסוגלות.

פרק 1 - מאפייני התלמיד וסביבתו

פרק זה עוסק במאפיינים של תלמידים ושל משפחות מרקע של עוני והדרה המשפיעים על הישגיהם במתמטיקה ועל הזדמנויות הלמידה שלהם. כלל הילדים, ללא קשר לרקע הסוציו-אקונומי, **נולדים עם יסודות מספריים בסיסיים משותפים**: יכולת לא-מילולית לייצג כמויות קטנות ולהעריך כמויות גדולות באופן משוער, יכולת המשותפת לבני אדם מתרבויות שונות ואף קודמת לרכישת השפה. על יסוד משותף זה נבנה ידע מספרי סימבולי, הכולל מילות מספר, ספירה, מנייה וזיהוי סמלים, **ידע התלוי בחשיפה ובקלט מהסביבה**. מכאן שהפערים בין ילדים מרקעים שונים אינם נובעים מיכולת מולדת אלא מהזדמנויות הלמידה שהסביבה מספקת, ולכן הם ניתנים לשינוי. פרק זה בוחן את פערי היסוד שעמם מגיעים התלמידים לבית הספר, את תפקיד הסביבה הביתית, ואת תפיסות התלמיד, אמונותיו על עצמו ויחסו אל המתמטיקה, המעצבות את הישגיו (Jordan & Levine, 2009).

1.1. פערי יסוד מתמטיים מצטברים

..."הפערים שאת מוצאות כאן אפילו, כאן חוכה, הולכים וצדלים ככל שאת עולה כפנים, שזה חיצונית למצב ש-ד' יכול להיות לך פער בין ילדים de שנת לימוד. לכן הרציונל של להתחיל מוקדם."

כישורי המספר (number competence) כוללים הבנה של מספרים ושל יחסים מספריים: זיהוי הכמות של קבוצות קטנות ללא ספירה (עד שלושה), הבחנה והשוואה בין כמויות, ספירת עצמים, וביצוע חיבור וחסור פשוטים. כישורים אלה, הנרכשים בגיל הרך, משמשים בסיס ללמידת מתמטיקה מורכבת יותר בהמשך, וכבר בשלב זה ניתן לזהות בהם פערים (Jordan & Levine, 2009).

מאחר שהלמידה המתמטית בנויה נדבך על גבי נדבך, וכל מושג חדש נשען על המושגים שקדמו לו, ילד שצובר פערים בשלבים הראשונים מתקשה יותר ויותר להדביק את הפער, והפער בין בעלי ההישגים הנמוכים לגבוהים מתרחב עם הזמן (James-Brabham et al., 2023).

ילדים מרקע סוציו-אקונומי נמוך נכנסים לגן הילדים כשהם נמצאים מאחור ביחס לבני גילם מרקע גבוה יותר במטלות הבודקות מנייה, יחסים מספריים ופעולות חשבון בסיסיות. מחקר שעקב אחר ילדים מתחילת הגן ועד אמצע כיתה א' מצא שהם נחלקים לשלוש קבוצות: ילדים שהתחילו ברמה נמוכה והתקדמו מעט, ילדים שהתחילו ברמה נמוכה אך התקדמו משמעותית, וילדים שהתחילו ברמה גבוהה ונשארו בה. **ילדים מרקע סוציו-אקונומי נמוך נמצאו בעיקר בקבוצה הראשונה, שהתחילה נמוך והתקדמה מעט**. רמת הכישורים בגן וקצב ההתקדמות עד כיתה א' ניבאו היטב את ההישגים במתמטיקה בהמשך, עד כיתה ג' לפחות, והיו מנבא חזק יותר מן הרקע הכלכלי של המשפחה, מהמגדר, מהגיל ומיכולת הקריאה (Jordan & Levine, 2009).

1.2. מאפייני הבית והשפעתם על למידת המתמטיקה

הסביבה הביתית משפיעה על כישורי המתמטיקה של הילד ועל יחסו אל המתמטיקה עוד טרם כניסתו לבית הספר, ובכך מעצבת את הזדמנויות הלמידה. השפעה זו כוללת את מה שההורים מביאים עמם, כגון רמת השכלתם ומשאבי המשפחה, ואת האופן שבו הדבר מתבטא באינטראקציה היומיומית שהילד נחשף אליה: **שיח מספרי (number talk)**, פעילויות מתמטיות וציפיות ההורים מהילד. הרקע הסוציו-אקונומי נמדד לרוב באמצעות שני מדדים מרכזיים, הכנסת המשפחה והשכלת האם, ואף שכל אחד מהם משפיע באופן עצמאי על הישגי הילד, להשכלת האם השפעה עוצמתית יותר, והיא הגורם העקבי והמרכזי בהסבר

הפערים בציוני מבחנים סטנדרטיים (Reardon, 2011; Davis-Kean, 2005; Haveman & Wolfe, 1995), בתוך Bachman et al., 2015). הסבר אפשרי להשפעתה של השכלת האם קשור **בהון התרבותי של אימהות משכילות**, הבא לידי ביטוי בפרקטיקות הוריות התומכות בהישגי הילד, ובהן בניית שגרת יומיום מובנית סביב פעילויות מאורגנות, שיח והנמקה עם הילד, ומעורבות אקטיבית מול מוסדות החינוך בשמו, כגון הגעה לישיבות בית ספר או בקשת חומר לימודי מאתגר יותר. מכלול זה מכונה "טיפוח מכון" (Lareau, 2011, בתוך Bachman et al., 2015).

השפעת הרקע הסוציו-אקונומי מתבטאת באינטראקציה היומיומית שהילד נחשף אליה ובמשאבים החומריים העומדים לרשותו, שכן הכנסה מוגבלת מצמצמת את הנגישות לספרים ולמשחקים התומכים בלמידת המתמטיקה. היבט מרכזי באינטראקציה זו הוא תדירות השיח המספרי (number talk) ואיכותו. הורים בעלי הכנסה גבוהה יוזמים לעתים קרובות יותר שיח המשלב מספרים, כחלק מהשגרה היומית ובמסגרת משחק חופשי וקריאת ספרים, **והבדלים במידת החשיפה לשיח זה מסבירים באופן חלקי את הפערים בהבנת מושגי מספר בקרב ילדים מרקעים סוציו-אקונומיים שונים** (Elliott & Bachman, 2018). גם איכות השיח נמוכה יותר בקרב משפחות מרקע נמוך, ואימהות מרקע זה הציבו מטרות פחות מורכבות בעת אינטראקציה עם ילדיהן סביב מספרים (Saxe et al., 1987, בתוך Elliott & Bachman, 2018). **הבדלים אלה קשורים גם בעמדות ההורים ובתפיסת תפקידם, והורים מרקע נמוך נוטים לראות בלמידת המתמטיקה בגיל הרך אחריות של בית הספר**, בעוד הורים מרקע גבוה יותר מציבים ציפיות גבוהות יותר ומייחסים ערך רב יותר למה שהם עצמם יכולים לתרום בבית (Elliott & Bachman, 2018; Clements & Sarama, 2008, בתוך Jordan & Levine, 2009).

החשיפה לשפה בבית קשורה אף היא ביכולת מילולית כללית, שנמצאה גורם מרכזי המקשר בין הרקע הסוציו-אקונומי להישגים מתמטיים בגיל הרך. ילד בעל יכולת מילולית מצומצמת נדרש להתמודד לא רק עם האתגר המתמטי עצמו אלא גם עם **שפה מתמטית לא מוכרת במקביל, והפער בולט במיוחד** כאשר **המתמטיקה מוצגת באמצעות מילים**. עם הכניסה לגן ניכר יתרון לילדים מרקע סוציו-אקונומי גבוה בתרגילים מילוליים ובבעיות מילוליות, ואילו הפער מצטמצם כאשר אותם תרגילים מוצגים בצורה חזותית (James-Brabham et al., 2023; Jordan, Huttenlocher, & Levine, 1992, 1994, בתוך Jordan & Levine, 2009). מחסום השפה ניכר גם ביכולת ההורים לתמוך בלמידה, והורים שאינם שולטים בשפת המוסד החינוכי מתקשים לסייע לילדיהם גם כאשר הם רוצים בכך. עם זאת, הידע המתמטי שלהם אינו נעדר אלא לעיתים נסתר, וכאשר פתרו בעיות מתוך הקשר תרבותי מוכר הפגינו מיומנויות פתרון מתוככמות, ואילו בהקשרים זרים התקשו, ממצא המצביע על כך שהיעדר רלוונטיות תרבותית מסתיר את יכולתם ואינו משקף חוסר אמיתי (Civil et al., 2020, בתוך Jessup & Smith, 2026).

1.1. תחושת מסוגלות ודפוס חשיבה

הישגי התלמיד במתמטיקה מושפעים לא רק מכישוריו ומשאביו, אלא גם מהאופן שבו הוא תופס את עצמו ואת סיכויו להצליח. אחד הגורמים המרכזיים הוא **תחושת המסוגלות** (self-efficacy), כלומר **אמונת התלמיד ביכולתו להתמודד בהצלחה עם משימות לימודיות**. תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך נוטים לפתח תחושת מסוגלות נמוכה יותר, משום שהם מפנימים את מקומם החברתי ואת חוויות הכישלון החוזרות, ומתרגמים אותו לאמונה

"תחושת המסוגלות הנמוכה וחווית הכישלון זה מהו שחשוב מאוד לעבוד עליו. אני מחברת את זה לדפוס חשיבה מתפתח לעומת דפוס חשיבה מקובע, שפגיע מאוד על ההישגים האקדמיים".

על יכולתם. כך, גורם שנראה פסיכולוגי במהותו (תחושת מסוגלות) תלוי למעשה במעמד החברתי, ותורם להסביר את הישגיהם הנמוכים (Wiederkehr, Darnon, Chazal, Guimond, & Martinot, 2015).

בדומה לתחושת המסוגלות, מרכיב פסיכולוגי נוסף המקשר בין הרקע הסוציו-אקונומי להישגים הוא האופן שבו הילד תופס את האינטליגנציה שלו: האם היא תכונה מולדת וקבועה, או יכולת הניתנת לפיתוח. האמונה שאפשר לפתח את היכולת השכלית מכונה **דפוס חשיבה מתפתח** (growth mindset), והיא מעצבת את הישגי התלמיד ואת אופן תגובתו לאתגרים. תלמידים המאמינים שהאינטליגנציה קבועה נוטים לפרש קשיים ככישלון אישי ומגיבים בנסיגה ובהפחתת מאמץ, בעוד תלמידים בעלי דפוס חשיבה מתפתח רואים באותם קשיים הזדמנות לצמיחה ומגיבים בהשקעה ובחיפוש אחר דרכי פעולה יעילות יותר. אמונה זו נמצאה קשורה להישגים במידה דומה להכנסת המשפחה, בכל הרמות הסוציו-אקונומיות, וילדים מרקע סוציו-אקונומי נמוך נוטים פחות לאמץ תפיסה זו. עם זאת, כאשר הם כן מאמצים אותה היא עשויה לצמצם את השפעות הרקע ולקרר את הישגיהם לאלו של ילדים מרקע גבוה בהרבה (Claro et al., 2016). חשוב לציין כי דפוס חשיבה זה אינו קבוע, ומחקרי התערבות קצרים יחסית הצליחו לשנות את תפיסת התלמידים ולהביא לשיפור בציונים ובשיעורי ההשלמה של קורסים מאתגרים (Yeager & Dweck, 2012).

1.4. תרבות המאופיינת בחוסר תוחלת

"האוכלוסיות האלו הן בדרך כלל חריטיות שאין להן תועלת... אני נחצאת באוכלוסייה הזאת, אני שרה בסכונה הזאת, וזה מה שיהיה לי... אם המערכת נשדד, אז למה אפילו להתאמץ? ומה מעצאן, שזה לא רק אצל ילדים או משפחה, זו תרבות."

מעבר לאמונת התלמיד על יכולתו האישית, קיים גם גורם קבוצתי המקשר בין הרקע הסוציו-אקונומי להישגים. **תחושת חוסר תוחלת** (sense of futility) היא אמונת התלמיד, ברמת הפרט, **ש אין בידו שליטה על הצלחתו הלימודית, ושמערכת החינוך פועלת נגדו** (Brookover & Schneider, 1975; Agirdag, Van Houtte, & Van Avermaet, 2012). תחושה זו נבדלת מהערכה עצמית בכך שהערכה עצמית נוגעת לפרט עצמו, ואילו תחושת חוסר התוחלת נשענת על אמונה משותפת לקבוצה

כולה, כלומר על תפיסת התלמיד לגבי "תלמידים כמוני" (Agirdag et al., 2012). כאשר **תחושה זו נפוצה בקרב תלמידים רבים בבית הספר והופכת לנורמה משותפת**, נוצרת **תרבות חוסר תוחלת** (futility culture), אקלים בית-ספרי שבו תחושת חוסר התוחלת היא מאפיין של בית הספר כולו ולא של הפרט בלבד, המשפיע על הישגים באופן עצמאי, מעבר לתחושת הפרט (Agirdag et al., 2012).

תחושת חוסר תוחלת נפוצה במיוחד בקרב תלמידים הלומדים בבתי ספר המתאפיינים בשיעור גבוה של ילדים מרקע סוציו-אקונומי נמוך ומשפחות מהגרים. בבתי ספר אלה רווחת ציפייה לכישלון, הבאה לידי ביטוי גם בציפיות הנמוכות של המורים מהישגי תלמידיהם (Thrupp, 1999; Van Maele & Van Houtte, 2010). תחושה זו של חוסר תוחלת, ברמת הפרט וברמת בית הספר כאחד, מסבירה חלק ניכר מפער הישגים במתמטיקה הנגזר מן ההרכב הסוציו-אקונומי. כאשר מביאים אותה בחשבון, ההרכב הסוציו-אקונומי כשלעצמו מאבד מכוחו כמנבא מובהק להישגי התלמידים (Agirdag et al., 2012).

1.5. זהות מתמטית שלילית

"אם אנחנו נותנים להם מראש זהות
'מתמטיקה', לומדים 'מתמטיקה'... הם
מעורכים יותר והם מרשימים שייכים יותר."

זהות מתמטית (mathematical identity)

היא הסיפור שהתלמיד מספר על עצמו ביחס למתמטיקה, והאם הוא רואה בעצמו לומד מתמטיקה ושייך למקצוע. לפי תפיסה זו, זהותו המתמטית של התלמיד אינה מבוססת אך ורק על יכולותיו, אלא מהווה גשר בין הלמידה להקשר

התרבותי, ומתפתחת מתוך האינטראקציה שלו עם הסביבה (Sfard & Prusak, 2005, בתוך Graven & Heyd-Metzuyanim, 2019).

הזהות המתמטית מאפשרת להבין מדוע תלמידים רבים מתרחקים מן המתמטיקה בשל האופן שבו הם תופסים את עצמם, ולא בהכרח מתוך היעדר יכולת. גישה זו אינה מייחסת את ההימנעות או הכישלון לחוסר ביכולת אישית, אלא בוחנת אותם בתוך הסביבה החברתית והתרבותית של התלמיד. מסיבה זו חלק ניכר ממחקר הזהות המתמטית מתמקד דווקא בתלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך ובקבוצות נוספות החשופות להדרה, מתוך הבנה שזהותו של התלמיד כלפי המתמטיקה מעוצבת על ידי נרטיבים חברתיים ותרבותיים רחבים יותר הפועלים סביבו (Graven & Heyd-Metzuyanim, 2019). להרחבה על האופן שבו ההוראה יכולה לבנות זהות מתמטית חיובית, ראו תת-פרק 4.1.3.

תמונת המצב של מורי המתמטיקה בבית הספר היסודי בישראל זוכה לתיעוד בעשורים האחרונים. איכות ההוראה היא הגורם המשפיע ביותר על הצלחת התלמידים מבין הגורמים שבשליטת מערכת החינוך, ופערים בהוראת המתמטיקה עלולים לפגוע בזכות לחינוך ובשוויון ההזדמנויות (מבקר המדינה, 2014). פרק זה בוחן את מאפייני המורים למתמטיקה בחינוך היסודי בישראל, תוך התמקדות בהיבטים העשויים להשפיע על איכות ההוראה לתלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך, ובהם השכלה, הכשרה ופיתוח מקצועי, ציפיות מורים ופרקטיקות הוראה, שיבוץ ותחלופה של מורים, יחסי מורה-תלמיד, ומשאבים ותנאים בעבודת המורה.

2.1. השכלה, הכשרה ופיתוח מקצועי

2.1.1. השכלה

"מורים עובדים כתחום המתמטיקה הם לא בהכרח מתמטיים כמתמטיקה".

סוגיית השכלת המורים למתמטיקה בחינוך היסודי בישראל זוכה לתיעוד לאורך שני עשורים, ועולה ממנו תמונה עקבית של פערים בהשכלה המתמטית הפורמלית, במיוחד בקרב תלמידים מרקע של עוני והדרה. ועדת בן-צבי (2002),

שמונתה על ידי מנכ"לית משרד החינוך לבחינת לימודי המתמטיקה במערכת החינוך, הצביעה על היעדר נתונים מערכתיים בתחום וקבעה כי הנתונים החלקיים שקיימים "מצביעים על השכלה מתמטית ופדגוגית לא מספקת של המורים, בעיקר בחינוך היסודי ובחטיבת הביניים". רוב מורי המתמטיקה ביסודי תוארו כבוגרי שלוש יחידות לימוד בלבד, וחלקם "משדרים חוסר ביטחון בהוראת המקצוע ואף חוששים מהוראתו". בשנת הלימודים תשס"ו רק 18.3% ממורי המתמטיקה ביסודי היו בעלי הכשרה ייעודית במתמטיקה; 37.7% הוכשרו כמורים כוללים ו-44% הוכשרו במקצוע אחר. לכ-30% מהמורים לא נמצא תיעוד על מקצוע ההכשרה (וורגן, 2008).

מגמה זו נמשכת גם בנתונים העדכניים יותר. דוח מבקר המדינה (2014) מצא כי לגבי כ-60% מהמורים בחינוך היסודי שלימדו מתמטיקה **לא הייתה התאמה בין תחום הכשרתם למקצוע שלימדו**, ושיעור זה היה גבוה יותר בחינוך הממלכתי-דתי (כ-70%) ובחינוך החרדי (83%). שיעור ההתאמה בין ההכשרה למקצוע ההוראה נמצא אומנם במגמת עלייה כמעט בכל המגזרים ושכבות הגיל, אך בחינוך העברי עדיין מלמדים מורים רבים מקצוע שאינו תואם את הכשרתם (וייסבלאי, 2023), ולמעלה מ-60% מהמורים למתמטיקה ביסודי **אינם עומדים בתנאי הסף שקבע משרד החינוך, תואר ראשון בהוראה ותעודת הוראה במתמטיקה** (הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה, 2023). בשנת הלימודים תשפ"ו הועסקו אלפי עובדי הוראה ללא הכשרה או הסמכה מתאימה, ובמתמטיקה, אנגלית ומדעים נאמד מחסור של כ-1,800 מורים במשרות מלאות (וייסבלאי, 2026).

2.1.2. פרופיל הכשרת המורים וידע מתמטי

היעדר תואר ראשון במתמטיקה אצל המורה קשור בהאטה בקצב צמיחת הישגי התלמידים בכיתה א' (Desimone & Long, 2010). גם פרחי הוראה המקבלים הכשרה ייעודית להוראת מתמטיקה ביסודי אינם בהכרח רוכשים את הידע המתמטי הנדרש להוראה אפקטיבית. גוברמן (2014) בחנה את התפתחות החשיבה האריתמטית של פרחי הוראה במסלולי הכשרת מורים למתמטיקה לבית הספר היסודי בארבע מכללות אקדמיות בישראל, באמצעות מודל בן חמש רמות שהותאם מתאוריית ואן-הילה (Van Hiele) שפותחה במקור למושגים ורעיונות גיאומטריים והותאמה גם לתחום האריתמטיקה. **הרמות מתפתחות מיכולת בסיסית של ביצוע פעולות ועד יכולת של הוכחה פורמלית:**

- **רמה 0 (טרומ-קוגניטיבית):** אי-יכולת להתמודד עם שאלות בסיסיות; מתן נימוקים סתמיים או שאינם רלוונטיים לשאלה.
- **רמה 1 (רמת הביצוע):** ביצוע פעולות חשבון ללא היכרות עם תכונות המספרים והפעולות; ידיעת ה"איך" אך לא ה"למה".
- **רמה 2 (רמת הסבר):** היכרות עם תכונות של מספרים ופעולות, ללא יכולת לקשר ביניהן; נימוק טענות באמצעות דוגמה פרטית בלבד.
- **רמה 3 (אריתמטיקה בלתי-פורמלית):** הבנת הקשר בין תכונות המספרים לתכונות הפעולות, וטיעון בלתי-פורמלי מבוסס.
- **רמה 4 (אריתמטיקה פורמלית):** ניתוח טענות אריתמטיות והצגת הוכחה פורמלית.

על פי גוברמן, רמה 3 היא הסף המינימלי הנדרש ממורה למתמטיקה בבית הספר היסודי, שכן רק החל מרמה זו הלומד מסוגל להסביר מדוע פעולות מתמטיות עובדות ולא רק כיצד לבצע אותן. גם לאחר קורס שנתי באריתמטיקה, ולמרות שיפור שחל בעקבותיו, נותרו ברמות 0-1 כ-19% מהסטודנטים, ויותר ממחצית מפרחי ההוראה לא הגיעו לרמה המינימלית הנדרשת (רמה 3) ממורים עתידיים (גוברמן, 2014). מכאן עולה כי "פרחי הוראה אינם רוכשים הבנה מושגית של אריתמטיקה [...] ואינם רוכשים את הידע הנדרש ממורי המתמטיקה" (Guberman, 2016, p. 752).

2.1.3. פיתוח מקצועי

"פיתוח מקצועי של הצוות ... אזורי של מטופלים מספיק טוב, גם מבחינת כחה האורות שמלמדות מתמטיקה בכלל נחוצות באיזושהי הכשרה מקצועית, ובטח עם החיבור של עוני והדרה, שבאחת יש בו דגשים שהם נכונים לכל ילד, אבל הם באיזה ווליום הרבה יותר טובה עם הילדים שלנו."

לצד פערי ההשכלה וההכשרה נמצאו פערים גם בהיקף ההשתלמויות המקצועיות. כ-55% ממורי המתמטיקה ביסודי לא השתתפו בכל השתלמות מקצועית בשנים 2009-2012, ובחינוך החרדי הגיע שיעור זה לכ-90% (מבקר המדינה, 2014). עם זאת, עצם ההשתתפות בפיתוח מקצועי אינה מבטיחה שיפור בהישגי התלמידים, והיקף הפיתוח המקצועי ושנות ניסיון המורה לא נמצאו קשורים לצמיחת הישגי תלמידים. פיתוח מקצועי אפקטיבי

מאופיין בהתמקדות בתוכן ספציפי, במשך זמן ממושך ובהשתתפות קולקטיבית של מורים (Desimone & Long, 2010). בהוראת המתמטיקה, פיתוח מקצועי יעיל יותר כשהוא ממוקד בתוכן ספציפי, משלב ידע עם פרקטיקה בכיתה וכולל התנסות פעילה ולא הרצאה בלבד. השתתפות בהשתלמות קצרה אינה מספיקה להפנמה מלאה, ומורים שרכשו ידע תיאורטי לא תמיד יישמו אותו בשיעור, ולכן נדרשת תוכנית המשך לאורך זמן הכוללת ליווי בתוך בית הספר (קרמרסקי ואביטל, 2016).

מודל חלופי הוא ליווי מקצועי בעמיתים, שבו מורים מנוסים מלווים את עמיתיהם בכיתה, צופים בשיעורים ומספקים משוב מעצב לאורך זמן. מודל של חניכת עמיתים המשלב חניכה אישית וקבוצתית נבחן בקרב מורי מתמטיקה בבתי ספר מרקע סוציו-אקונומי נמוך בניו זילנד, וזיהה חמישה גורמים קריטיים להצלחתו (Kensington-Miller, 2012):

1. **בחירת השותפים -** מורה היודע לבנות יחסים, להעריך הוראה טובה ולתקשר היטב, ובעל ידע מתמטי מבוסס.
2. **הקצאת זמן -** הגורם המאתגר ביותר, שכן מורים בבתי ספר מרקע נמוך התקשו לפנות שעות לפגישות בשל עומס ההוראה, ריבוי תפקידים ומחסור בשעות פנויות.

3. **מבנה ומטרות -** מבנה ברור ומטרות מוגדרות מראש נמצאו חיוניים, וזוגות שהגדירו מטרה ומיקוד לכל מפגש דיווחו על עבודה פורייה יותר.
4. **בניית מערכת יחסים -** היכרות ואמון שהתפתחו מתוך מפגשים קבועים עם משימות ברורות, ולעיתים גם מפגישות חברתיות מחוץ לשעות העבודה.
5. **מפגש קבוצתי קבוע -** צמצם את תחושת הבידוד, יצר תחושת קהילה ושימש מקור לרעיונות חדשים. ממצא בלתי צפוי היה שדווקא רכיב זה חיזק את החונכות האישית ותרם להצלחת המודל.

2.2. ציפיות מורים והשפעתן על ההוראה

2.2.1. ציפיות נמוכות והישגי תלמידים

“זו תרבות. והתרבות הזאת של אוכלוסייה חסוימת גם אחר כך חספיה על הצוות כבית הספר שאחר שהילדים באים חסונה כזאת בין כה וכה, אז גם ההנהלה לא חצפה מחני, אני לא זריכה כל כך להשקיע, כי בין כה וכה הם לא יצליחו.”

ציפיות המורים מהוות מנגנון מרכזי המקשר בין הרקע הסוציו-אקונומי של תלמידים לבין הישגיהם במתמטיקה. מורים בבתי ספר מרקע סוציו-אקונומי נמוך נוטים לתפוס את תלמידיהם כבעלי יכולת למידה נמוכה יותר, ותפיסות אלו מתורגמות לציפיות אקדמיות המשפיעות על הישגי התלמידים בפועל (Van Houtte, 2003; Thrupp, 1999, in Xuan et al., 2019).

ילדים מרקע סוציו-אקונומי גבוה הוערכו באופן חיובי יותר, מעבר להישגים קודמים, למגדר ולמוצא אתני, כפי שעלה ממעקב אחר 3,948 ילדי גן בבליה לאורך שנת לימודים. כמו כן, **ילדים שמוריהם החזיקו כלפיהם ציפיות נמוכות הציגו הישגים נמוכים יותר במתמטיקה בסוף השנה.** הרקע הסוציו-אקונומי הנמוך פגע בהישגים לא רק דרך ציפיות המורים, אלא גם באופן ישיר ובלתי תלוי בציפיות המורים. ממצאים אלה מבטאים את “אפקט מתיו”, שלפיו ילדים מרקע סוציו-אקונומי נמוך מגיעים לגן עם כישורים נמוכים יותר, מוריהם מגיבים בציפיות נמוכות, וכך הפער מעמיק לאורך זמן (Speybroeck et al., 2012).

הישגים נמוכים של תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך נתפסו על ידי מורים **כמובנים מאלהם שאינם דורשים התערבות**, ואילו פערים דומים אצל תלמידים ממעמד בינוני **הניעו אותם לחפש פתרונות** (Dunne & Gazeley, 2008). כך ציפיות נמוכות אינן נשארות ברמת היחס הבין-אישי אלא מתורגמות לפרקטיקות הוראה לא-שוויוניות. דפוס זה תועד גם בישראל, כאשר מורים בבתי ספר מרקע סוציו-אקונומי נמוך נטו לתאר את תלמידיהם במונחים שליליים ולהעדיף התמקדות במשמעת על פני מטרות אקדמיות. גישה זו, המבוססת על הורדת ציפיות מתוך רחמים במקום על פדגוגיה של ציפיות גבוהות, עלולה לפגוע שלא בידועין בניידות החברתית של התלמידים ולהנציח את אי-השוויון החינוכי. תרבות הציפיות הנמוכות אף חורגת מהמורה הבודד ומחלחלת להנהלה ולצוות (Barak & Shoshana, 2022). מעבר לאינטראקציה בכיתה, גם מבנה מערכת החינוך משדר מסר לתלמידים מקבוצות חלשות. השמת תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך במסלולי לימוד נמוכים מצמצמת את הזדמנויות הלמידה שלהם ועלולה להוביל לחוסר אמון בבית הספר ולפגוע במימוש יכולותיהם (פניגר, 2017).

2.2.2. ציפיות נמוכות המעצבות הוראה מצומצמת

"באוכלוסיות עם קשיים הנטייה הטבעית של החורים היא לומר: נשים את הקונספטואליה, את כל ההכנה בצד ונלמד אותם את הפרוצדורה."

"המחקרים מראים שהחורים, בדרך כלל עם תלמידים שמתקשים מכל חניי סיבות, עובדים באופן מאוד פרוצדורלי, ולא מנסים לטפח את החשיבה הביקורתית והיצירתית."

בכיתות של תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך נפוץ **דפוס הוראה פרוצדורלי** ומצמצם, המבוסס על ההנחה שיש לשלוט במיומנויות בסיסיות לפני שאפשר לעסוק בחשיבה מתקדמת. הנחה זו מובילה מורים לפרק כל משימה לחלקים קטנים, ללוות את התלמידים שלב אחר שלב ולהשאיר להם מעט מרחב לחשיבה עצמאית, כך שבפועל התלמידים נחשפים פחות לבעיות פתוחות ולמשימות הדורשות מהם לבנות את פתרון הבעיה ולכתוב בעיות בעצמם. תפיסת ה"גירעון" היא מקור מרכזי לכישלון בפני עצמה, שכן היא יוצרת

מעגל שבו תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך אינם נחשפים לחשיבה מתמטית ממשית לא בשל היעדר יכולת אלא מפני שלא ניתנת להם ההזדמנות. תוכניות הפיצוי עצמן, שנועדו לסגור פערים, מרחיבות אותם בפועל, בעוד שתלמידים מרקע סוציו-אקונומי גבוה מקבלים חשיפה גוברת לחשיבה מתקדמת בעוד תלמידים מרקע נמוך נותרים בתרגול חוזר של אותן פעולות בסיסיות (Means & Knapp, 1991).

בכיתת מתמטיקה המבוססת על הוראה פתוחה, בעיות פתוחות ודיון, תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך ביקשו הנחיה ישירה, חששו לטעות בפומבי והתמקדו בהשגת תשובות נכונות במקום בחשיבה מתמטית, ואילו תלמידים מרקע גבוה חשו בנוח עם הגישה הפתוחה ופירשו נכון את כוונות המורה. **המסקנה אינה לחזור להוראה פרוצדורלית** עבור תלמידים מרקע נמוך, **אלא להפוך את הציפיות ואת נורמות השיח המתמטי לגלויות ומפורשות עבורם** (Lubienski, 2004).

2.3. שיבוץ ותחלופה של מורים

2.3.1. שיבוץ מורים

"לא דווקא חורים שהם התאחו ללמד כתחום המתמטיקה, מלמדים מתמטיקה, וזה חוסר ידע וחוסר ניסיון."

דפוס שיבוץ מערכתי ממקם תלמידים בעלי הישגים נמוכים אצל מורים המדגישים הוראה בסיסית, בעוד תלמידים בעלי הישגים גבוהים משובצים למורים המדגישים הוראה מושגית מתקדמת. נוסף על כך, תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך לומדים באופן לא פרופורציונלי

על ידי מורים חסרי ניסיון ובלתי מוסמכים (Goldhaber & Brewer, 2000; Ingersoll, 2002, in Desimone & Long, 2010). בכך ההוראה הפרוצדורלית אינה רק ביטוי של בחירה פדגוגית של מורים בודדים, אלא תוצר של דפוס שיבוץ מערכתי המעמיק פערים קיימים כבר בכניסה למערכת. תמונה דומה עולה בהקשר הישראלי. בחינוך העברי, על אף שיפור מסוים בשיעור ההתאמה בין תחום ההכשרה לתחום ההוראה, עדיין מלמדים מורים רבים מקצוע שאינו תואם את הכשרתם, בפרט בחינוך היסודי, ורבים ממנהלי בתי הספר מדווחים על שיבוץ מורים ללא הכשרה מתאימה כפתרון להתמודדות עם מחסור. דפוס זה אף מעמיק, ובשנת הלימודים תשפ"ו הועסקו אלפי עובדי הוראה ללא הכשרה מתאימה ואלפים נוספים באישור חריג, רובם בחינוך היסודי. חלק ניכר מהאישורים החריגים ניתנו דווקא במחוזות תל אביב והמרכז, ממצא המערער על ההנחה שמחסור במורים מאפיין בעיקר את הפריפריה (וייסבלאי, 2026).

2.3.2. תחלופה ושימור כוח אדם

בבתי ספר עם שיעורים גבוהים של תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך נמצאו רמות נמוכות יותר של שביעות רצון בקרב המורים, כאשר שביעות הרצון מוגדרת כמידה שבה המורה חש שייכות, תורם לבית הספר ומוערך בו (Olsen & Huang, 2019). תמיכת המנהל נמצאה הגורם בעל ההשפעה החזקה ביותר על שביעות רצון המורים, ומנהלים שיצרו סביבה תומכת ומעריכה נקשרו לשימור מורים גבוה יותר, ללא תלות במאפייני בית הספר. גם שיתוף פעולה בין מורים נקשר לשביעות רצון גבוהה יותר, במיוחד בקרב מורים חדשים הנמצאים בסיכון גבוה לנשירה (Olsen & Huang, 2021). בשונה ממאפייני הרקע של בית הספר, אלה גורמים הניתנים לשינוי ולהתערבות מכוונת.

"יש הרבה תחלופה של מורים, ולאוו דווקא מורים שהם התאחו ללא בחירה בתחום החתמטיקה, מלמדים מתמטיקה, וזה חוסר ידע וחוסר ניסיון."

"...השונות בין המורים היא מאוד מאוד משמעותית וצדקה, ובמיוחד בכיתות הנמוכות, מבחינה זאת, זה הכיסורים החתמטיים שאיתם באים המורים. ...מקשים מאמצים אדירים במורים, בצדק רב, אני מסכימה עם כל דקת השקעה, והאורה נעלם אחרי שנתיים ומתחילים מהתחלה."

מחקר צרפתי מציג תמונה משלימה. בניגוד לציפיות, לא נמצא הבדל מובהק ברמת הרווחה התעסוקתית בין מורים בבתי ספר מרקע סוציו-אקונומי נמוך לעמיתיהם בבתי ספר אחרים, ממצא שיוחס למדיניות הפיצוי הצרפתית שהקלה את הנטל על מורים אלה באמצעות כיתות קטנות יותר ותמריצים כלכליים. יחד עם הממצאים הקודמים עולה מכאן **שהשקעה בסביבת העבודה של המורה, בתמיכת המנהל ובשיתוף הפעולה בצוות, עשויה להשלים את ההשקעה במורה עצמו ולסייע בשימורו** (Temam et al., 2019).

בהקשר הישראלי, שיעורי העזיבה המוקדמת של מורים חדשים נמצאים במגמת עלייה עקבית (וייסבלאי, 2026). כאשר מורים חדשים, שרבים מהם חסרי הכשרה מתאימה, משובצים באופן לא פרופורציונלי לבתי ספר מרקע סוציו-אקונומי נמוך ועוזבים בשיעורים גבוהים תוך זמן קצר, נוצר מעגל המעמיק את הפגיעה דווקא באוכלוסיות הזקוקות ביותר להמשכיות ולאיכות בהוראת המתמטיקה.

2.4. יחסי מורה-תלמיד וקשר אישי

בבתי ספר המשרתים אוכלוסיות מרקע סוציו-אקונומי נמוך נפגע גם הקשר הבין-אישי בין מורים לתלמידים. מורים בבתי ספר אלה נוטים לתפוס את תלמידיהם כבעלי יכולת נמוכה יותר וכפחות אמינים, ותפיסות אלה פוגעות באיכות הקשר ביניהם (Goddard et al., 2001). באיכות הקשר חשובה במיוחד במתמטיקה, שכן תלמידים שחשו קשר טוב יותר עם מורה המתמטיקה הציגו הישגים גבוהים יותר (Xuan et al., 2019).

"צריך להילחם בתרבות של חוסר התועלת באופן אקטיבי אצל המורים, כדי שהם ישדו לתלמידים - אנחנו מצפים שאתם יכולים ואתם תשיאו"

"אם צריכים להשקיע במורים, אבל איך ההשקעה במורים שונה דווקא באלה האוכלוסייה שהם מלמדים?"

יחסי הקרבה משפיעים על ההישגים דרך המוטיבציה ללמוד. המוטיבציה ללמוד מתמטיקה תלויה בשני דברים, **אמונת התלמיד שהוא יכול להצליח, והמשמעות שהוא מוצא במשימה**. תלמידים מרקע סוציו-אקונומי

נמוך נוטים להאמין פחות ביכולתם להצליח, בין היתר בשל היעדר משאבים ומודלים לחיקוי. מורה המקיים עמם קשר קרוב יכול למלא את החסר, לשמש עבורם דוגמה ולעורר בהם עניין במתמטיקה. בשונה ממאפייני הרקע, יחסי מורה-תלמיד ניתנים לשינוי ולהתערבות (Eccles et al., 1983, in Olsen & Huang, 2021).

בהקשר הישראלי, הקשר בין מורה לתלמיד בבתי ספר מרקע סוציו-אקונומי נמוך מקבל אופי רחב יותר. מעבר לבסיס המשותף של קשב, שיחות אישיות ובניית אמון שאפיין מחנכים בכל בתי הספר, מחנכים בבתי ספר מרקע נמוך נטלו על עצמם גם תפקידים המיוחסים בדרך כלל להורים, כגון הערת תלמידים בבוקר, איסופם מהבית ואספקת ציוד, מזון ומדים (Sapir & Mizrahi-Shtelman, 2026).

2.5. משאבים ותנאים בעבודת המורה

מעבר למאפייני המורה עצמו, איכות ההוראה תלויה גם בתנאים המערכתיים שבתוכם הוא פועל, ובהם הקצאת שעות הלימוד, הנגישות לחומרי המחשה, והאופן שבו מנוצלים המשאבים המופנים לצמצום פערים.

2.5.1. הקצאת שעות לימוד

הפערים השתקפו גם בהקצאת שעות ההוראה. בעשרות בתי ספר לא לימדו בכיתות א'-ג' את שעות הלימוד המחייבות במתמטיקה, וגם תוכנית שנועדה לטפח תלמידים מתקשים ומצטיינים סבלה מאותו פער, כך שבחלק ניכר מבתי הספר קיבלו תלמידים אלה פחות שעות מהתקן שנקבע להם. תופעות אלה בלטו במיוחד בחינוך הממלכתי-דתי ובמגזרים הדרוזי והבדואי (מבקר המדינה, 2014).

2.5.2. נגישות לחומרים ואמצעי המחשה

הנגישות למשאבי הוראה היא חלק ממה שמכונה "פער ההזדמנויות", כלומר ההבדלים המצטברים בנגישות למשאבים חינוכיים מרכזיים, ובהם מורים מומחים, תוכנית לימודים איכותית וחומרי למידה טובים, שתלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך לרוב אינם זוכים להם במידה שווה (Hammond-Darling, 2010).

הזדמנויות הלמידה של תלמידים תלויות גם במשאבים ובאמצעים הזמינים בבית הספר, והפערים בהם תורמים לפערי ההישגים בין תלמידים מרקעים סוציו-אקונומיים שונים (Darling-Hammond, 2010). אמצעי המחשה (manipulatives) ממלאים כאן תפקיד מיוחד, ושימוש בהם נמצא יעיל יותר מהוראה באמצעות סמלים מופשטים בלבד, בעיקר בקרב תלמידים צעירים. בחירה מושכלת של אמצעי המחשה היא תנאי לכך שישמשו לפיתוח חשיבה מתמטית ולא רק לתרגול פרוצדורלי (Carboneau et al., 2013).

2.5.3. איכות בית הספר וניצול משאבים

דוח המבקר בחן תוכנית המיועדת לבתי ספר מרקע סוציו-אקונומי נמוך, ומצא כי איכות המורים משפיעה על האופן שבו מנוצלים המשאבים לצמצום הפערים. חלק ניכר מבתי הספר החלשים ביותר כלל לא השתתפו בתוכנית (מבקר המדינה, 2023). ועם זאת, הפער במתמטיקה העמיק. בקרב תלמידים דוברי ערבית הוכפל הפער בין רקע גבוה לנמוך בין השנים 2015-2018, שכן ציוני התלמידים מהרקע הנמוך ירדו בעוד ציוני התלמידים מהרקע הגבוה עלו (מבקר המדינה, 2023).

"אני לא אוארת שיש שפה, בית ספר יש לו את האפשרות לרכוש ... חלק מהדברים, אנחנו גם צריכים לחשוב ולתת לחורים את האפשרות, איך אנחנו עושים את הדברים. אבל זה נכון צריכים להיות אמצעי המחשה ומשאבים."

"השאלה אם בבתי ספר תת-משייכים, יש להם תעדוף מסוג אחר כמשאבים שיש להם, ולכן יש להם פחות אפשרות לרכוש את אמצעי המחשה האלה."

פרק 3 - עקרונות התערבות לקידום הוראת המתמטיקה

פרק זה עוסק בעקרונות התערבות לקידום הוראת המתמטיקה בבתי ספר שרוב תלמידיהם מרקע סוציו-אקונומי נמוך, ונשען במידה רבה על המסמך המסכם של תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" (בביצ'נקו, 2026). רוב האזכורים בפרק לקוחים ממסמך זה, גם כאשר אינו מצוין במפורש. בעוד שפרק 4 עוסק בפרקטיקות ההוראה ברמת הכיתה, פרק זה מתמקד ברמת המערכת, המורה ובית הספר, ובוחן כיצד מאורגנת ההתערבות, מי מוביל אותה, ומהם התנאים הנדרשים להצלחתה.

שינוי באופן שבו נלמדת המתמטיקה אינו מתרחש כאירוע נקודתי אלא כהליך מורכב ומתמשך, **הדורש מערכת תמיכה רחבה ולא התערבות בודדת**. הפער בין החזון הפדגוגי ליישומו בפועל נובע לרוב לא מן המורים עצמם אלא ממערכת שלא עוצבה כך שתתמוך בשינוי לאורך זמן, ולכן שינוי מתמשך מחייב מעבר מן השאלה כיצד לגרום למורים לפעול אחרת אל השאלה **"איזו מערכת תוביל לתוצאות הרצויות"** (Fullan, 2016). תמיכה כזו נשענת על כמה מרכיבים מרכזיים, ובהם ליווי ואימון של מורים, למידה משותפת בקהילת מורים בית-ספרית, ומשאבי הוראה איכותיים (Cobb & Jackson, 2021). תוכניות התערבות נוספות מהארץ ומהעולם, לצד המרכיבים המאפיינים אותן, מובאות בנספח.

3.1. ליווי ואימון פדגוגי

"במתמטיקה אנחנו עובדים עם חזריכת מתמטיקה... העבודה ההדוקה עם החורים היא תלוית דברים ספציפיים שקורים לכיתה עצמה. החלל מאפשרות בכניית השיעור, מאפשרות כהליך ההוראה, מהחלק שבו עובדים עם החורה על מה קרה בתוך תהליך ההוראה שלו, וחוזר חלילה."

"העבודה האוּנִיטִיסִית של החזריכה היא עבודה עם החורה על כניית הידע של החורה... התפתחות מעפיעה בסופו של דבר על התלמידים."

תת-פרק זה נשען במידה רבה על סקירת הספרות של אשחר-נץ ואחרים (2023), ורוב האזכורים בו לקוחים ממסמך זה, גם כאשר אינו מצוין במפורש. ליווי ואימון אישי של מורים (coaching) הוא דרך לתמיכה בלמידת מורים שבליבה עומדת דמות מומחית המלווה את המורים באופן צמוד ומתמשך, בתוך הכיתה ומחוצה לה. בשנים האחרונות הוא הולך ותופס תאוצה בארצות הברית, באירופה ובאסיה, ופחות נפוץ בישראל. כוחו של הליווי האישי נובע מכך שהוא **מספק למידה בתוך הפרקטיקה עצמה, נותן למורים כלים להתמודד עם האתגרים שהם פוגשים בכיתה, ומקדם כל מורה מן הנקודה שבה הוא נמצא ובהתאם למטרות שהגדיר לעצמו**. תפיסת התפקיד

מבוססת על ההבנה שהמאמנות הן עצמן ההתערבות, ולא רק אמצעי להעברתה (Cobb & Jackson, 2021; Kraft, Blazar, & Hogan, 2018). מטא-אנליזה של שישים מחקרים מצאה שלליווי אישי **אפקט חיובי על איכות ההוראה**, ולצדו אפקט נפרד וחיובי גם על **הישגי התלמידים עצמם**. מספר שעות הליווי לא נמצא קשור לעוצמת האפקט, ממצא המצביע על כך שאיכות הליווי ומיקודו חשובים יותר מהיקפו. עם זאת, ככל שתוכניות הליווי מתרחבות בהיקפן, יעילותן נוטה לפחות (Kraft, Blazar, & Hogan, 2018).

האימון נבדל גם **באופן שבו הוא מתנהל**, ובעיקר בין אימון דיאלוגי תגובתי לאימון מכתבי. **אימון דיאלוגי תגובתי** - המאמנת מטפחת אצל המורים רפלקציה עצמית, ומאפשרת להם לקבוע את סדר היום של האימון בהתאם לצרכי התלמידים. **אימון מכתבי** - הדגש הוא על מומחיות המאמנת ועל הנחיה ליישום הפרקטיקות שהיא מציגה. המאמנות נעות על הרצף שבין שני האופנים ומשלבות ביניהם בהתאם להקשר, לוותק המורים, למידת האמון שנבנתה ביחסים עם המורה ולדרישות ההנהלה (Deussen et al., 2007; Ippolito, 2010).

לצד ההבחנה בין מטרות האימון ואופניו, חמש פרקטיקות מרכזיות מאפיינות את הליווי בפועל:

1. **הדגמה** (modeling) - המאמנת נוטלת את תפקיד המורה ומדגימה יישום של פרקטיקת הוראה בכיתה, בעוד המורה מתבונן.
2. **הוראה משותפת** (co-teaching) - המאמנת והמורה מלמדים יחד.
3. **תצפית** (observation) - המאמנת צופה בהוראת המורה.
4. **תכנון משותף** (co-planning) - המאמנת והמורה מתכננים יחד שיעורים.
5. **שיח משותף על מטרות** (negotiating improvement goals) - המאמנת והמורה משוחחים יחד על מטרות הפיתוח המקצועי.

הפוטנציאל של שלוש הפרקטיקות הראשונות נובע מן הנוכחות המשותפת של המורה והמאמנת בשיעור, המאפשרת להן לראות ולחוות יחד את תהליכי ההוראה והלמידה ולקיים סביבם שיח הצומח מן החוויה המשותפת (Gibbons & Cobb, 2017; Kochmanski & Cobb, 2023). מבין השלוש, להדגמה יתרונות ייחודיים, שכן היא ממחישה הלכה למעשה יישום של פרקטיקה שעשויה להישמע למורים מורכבת או קשה לביצוע, מפחיתה את החשש שאינה מתאימה לכיתתם, ומאפשרת למורה לראות את מעורבות התלמידים שהיא מייצרת. נוכחות המאמנת כשותפה פעילה בהוראה אף מקדמת תחושה של שותפות ושוויוניות בינה לבין המורה (Casey, 2011).

יעילות הליווי תלויה בכמה תנאים. תנאי סף הוא קבלת גישה אל כיתות המורים, שכן ההוראה נתפסת לרוב כעשייה פרטית ואוטונומית, ופתיחת הכיתה בפני המאמנת אינה מובנת מאליה (Saclarides, 2022). תנאי מרכזי נוסף הוא יחסי אמון ושותפות בין המאמנת למורה. כאשר המורה חש שותף פעיל ושווה בתהליך, ולא מי שרק מיישם הוראות, נוצר מרחב בטוח שבו הוא יכול לחשוף קשיים בהוראה ולבנות יחד עם המאמנת את ההבנה של פרקטיקות ההוראה (Robertson et al., 2020). תנאים אלה משמעותיים במיוחד בבתי ספר בעלי הישגים נמוכים, ואימון בעל מאפיינים דיאלוגיים נמצא מתאים במיוחד למורים המלמדים בהם, שבהם הצורך בשותפות ובבניית אמון גדול במיוחד (Haneda et al., 2017).

3.2. קהילות למידה מקצועיות כמנוף לשינוי

"הכוכב הארכזי בפיתוח המקצועי היה אל קהילות בית ספריות, אל עבודה בקהילה בית ספרית... יש איזה כוח, כעצוות עובד טוב יש כזה הרבה כוח, יש מהו שיכול לקרות עם מאוזה מעצותי."

"אם באמת יש תהליך מעצותי בתוך צוות מעתה... שיטת עבודה, מערכי שיעור, והצוות מחזיק כזה, אז שנה הכאה כמעט צוות חדש יש לנו מהו אנחנו לוקחים הלאה."

תת-פרק זה נשען במידה רבה על סקירת הספרות של אשחר-נץ ואחרים (2023), ורוב האזכורים בו לקוחים ממסמך זה, גם כאשר אינו מצוין במפורש. קהילת למידה מקצועית בית-ספרית היא מסגרת שבה מורי בית הספר נפגשים באופן קבוע כדי ללמוד יחד על ההוראה ולשפר אותה (השתלמות מוסדית). בשונה מהשתלמויות חיצוניות, המתקיימות הרחק מן הכיתה, קהילת המורים מאפשרת למידה תהליכית ומתמשכת המחוברת באופן ישיר ומיידי לעשייה בכיתות. במסגרת זו המורים מתנסים יחד במשימות מתמטיות, מנתחים עבודות של תלמידים וחושבים

יחד על דרכי תגובה, מתאימים חומרי הוראה לצרכים ייחודיים, ומתמודדים עם אתגרים העולים מן ההתנסות בכיתות. קהילת המורים נחשבת למרכיב מרכזי במערכת התמיכה בהוראה מקדמת שוויון (Cobb & Jackson, 2021).

עם זאת, קיום תהליכי למידה משמעותיים בקהילה אינו פשוט וכרוך בכמה אתגרים. כדי לעורר למידה משמעותית נדרשת מנחה בעלת מומחיות כפולה, הן בהוראת המתמטיקה והן בהובלת למידה של מורים (Cobb & Jackson, 2021; Horn et al., 2017). אתגר נוסף נובע מן הנורמות המקצועיות של עבודת ההוראה, המאופיינת בפרטיות ובאוטונומיה, ומורים ממעטים לשתף את עמיתיהם בקשיים בהוראה. כאשר מורים כן חושפים קושי, התגובה השכיחה היא נרמול הבעיה, המגן על הדימוי המקצועי של המורה אך עלול לצמצם את הזדמנויות הלמידה שלו (Little, 1990; Horn & Little, 2010).

3.3. הנגשת משאבי הוראה איכותיים

"חומרים כלליים בחתמטיקה יש בשפע... אבל כשאנחנו חייקים חומרים על חתמטיקה וזהות, פה אין הרבה חומרים. לקחת חומרים בחתמטיקה ופשוט לעשות מהם זהות חתמטית, זה האון הסקה".

"האם הצורך של הקהילה הוא באחת בסיתוף של חומרים? יש הצפה של חומרים. הנקודה היא מה אנחנו עושים עם החומרים, איך אנחנו חתמימים את זה להוראה דיפרנציאלית... איך פורסים את זה לרמות חשיבה שונות, כדי להתאים את זה באחת לאוכלוסיית היעד שלי?"

משאבי הוראה איכותיים, כגון ספרי לימוד, מערכי שיעור ומדריכים למורה, מהווים מרכיב בסיסי בתמיכה בהוראה אפקטיבית. בליבם עומדות משימות מאתגרות ונגישות כאחת, המזמינות את התלמידים לחקור רעיונות מתמטיים. חומרים אלה תומכים במורה בהכנת השיעור ובהעברתו, בין היתר באמצעות הצגת תגובות אפשריות של תלמידים ושאלות מנחות לדיון כיתתי, ובכך מפחיתים את אי-הוודאות וחוסכים זמן. מעבר לאיכות המשימה הבודדת חשובה גם הקוהרנטיות של החומרים, כלומר רצף מתוכנן של משימות הבונות זו על גבי זו ותומכות בהתפתחות הדרגתית של הבנה מתמטית עמוקה (Cobb & Jackson, 2021).

חומרים איכותיים אינם מספיקים כשלעצמם לשינוי מהותי בהוראה. בלא מערכת התומכת בלמידת המורים ובפיתוח תפיסותיהם, מורים רבים נוטים לזנוח את חומרי ההוראה או להחליף משימות חקר במשימות בעלות דרישה קוגניטיבית נמוכה יותר (Cobb & Jackson, 2021; Henrick et al., 2018). פיתוח החומרים בשיתוף המורים מגביר את הסיכוי שאכן ייושמו בכיתה, שכן מורים שהיו שותפים לפיתוח נוטים לחוש בעלות (ownership) על החומרים, בשונה מתחושת ניכור כלפי חומרים שהונחתו עליהם מלמעלה, ותחושת בעלות זו תורמת למוטיבציה ליישם (Cobb & Jackson, 2021).

מן הדיון של צוות החשיבה עלתה סוגיה נוספת, הנוגעת לזמינות החומרים. במתמטיקה קיים שפע של חומרי הוראה זמינים, ולכן יש הסבורים כי האתגר המרכזי אינו במחסור בחומרים אלא באופן השימוש בהם, כלומר כיצד מתאימים אותם להוראה דיפרנציאלית, כיצד פורסים אותם לרמות חשיבה שונות, וכיצד מנצלים אותם לקידום הישגי התלמידים. מנגד, בתחום הספציפי של חיבור המתמטיקה לזהות התלמידים ולעולמם, ובמיוחד עבור תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך, החומרים הקיימים מועטים, ופיתוחם דורש השקעה ניכרת מצד המורה.

3.4. תנאים להצלחת ההתערבות

הצלחת ההתערבות תלויה לא רק במרכיביה אלא גם בכמה תנאים החוצים את כל המרכיבים: **מטרות מובהקות וחזון משותף** - שינוי אפקטיבי דורש בחירה מכוונת במספר מצומצם של מטרות ספציפיות, משמעותיות וברורות-השגה, ודבקות בהן לאורך זמן, להבדיל מקידום יוזמות רבות במקביל המעמיס על המורים ומאט את ההתקדמות בכל אחת מהן (Fullan & Quinn, 2016). נדרש גם חזון משותף לכלל הגורמים, מקובעי המדיניות ועד המורים, המתגבש בתהליך מתמשך של דיאלוג ולמידה משותפת ולא רק באמצעות הנחיות (Cobb & Jackson, 2021; Coburn, 2003).

אורך נשימה - שינוי פדגוגי הוא תהליך ארוך-טווח ורווי אתגרים, הכולל לעיתים ירידה זמנית בביצועים בשלביו הראשונים. יוזמות רבות נכשלות לא משום שהרעיונות שבבסיסן שגויים אלא משום שהמערכת נוטשת אותן בטרם הספיקו להבשיל, ולכן תוכניות יעילות נשענות לרוב על עבודה רב-שנתית, עם תמיכה אינטנסיבית בשלבים הראשונים והעמקה הדרגתית לאורך השנים (Fullan, 2001).

דמות מובילה מתוך בית הספר - לדמות מובילה מתוך הצוות יתרון בקידום שינוי לאורך זמן, שכן היא נשארת בבית הספר לאחר תום הליווי החיצוני, מכירה לעומק את הצוות ואת התלמידים, ויכולה להתאים את התהליכים להקשר הספציפי. כאשר הדמות צומחת מתוך הצוות, התהליך נתפס פחות כיוזמה חיצונית ויותר כחלק מהעשייה הבית-ספרית. עם זאת, הצמחת דמות כזו דורשת השקעת משאבים בליווי ובהכשרה, וגיוסה אינו פשוט לנוכח המחסור במורים והעומס המוטל על מורות מנוסות. לכן עדיף שהעברה מגורם חיצוני אל דמות פנימית תהיה הדרגתית, מתוך שיתוף הדוק בשלבים הראשונים ולא העברת אחריות מהירה מדי (Cobb & Jackson, 2021).

פינוי זמן ללמידה מקצועית - קיום מפגשי קהילה, ליווי אישי והתנסות בפרקטיקות חדשות דורש זמן, ושמירה עליו לנוכח מציאות בית-ספרית עמוסה ורווית צרכים מיידיים. מחסור בזמן מוקצב הוא מן החסמים המרכזיים ליישום מוצלח של ההתערבות (Cobb et al., 2018).

בחירת שכבת הגיל להתחלת ההתערבות - ילדים מרקע סוציו-אקונומי נמוך מתחילים את לימודיהם עם פערים בכישורי מספר בסיסיים, ופערים אלה נוטים להישמר ולהשפיע על הישגיהם במתמטיקה לאורך שנים, מעבר לרקע המשפחתי וליכולת הקוגניטיבית הכללית (Jordan & Levine, 2009; Watts et al., 2014). לא רק רמת הכישורים ההתחלתית מנבאת את ההישגים אלא גם קצב ההתקדמות בשנים הראשונות, ומכאן הערך שבחיזוק הכישורים מוקדם ככל האפשר (Watts et al., 2014). כישורים אלה ניתנים לזיהוי מהימן כבר בגיל הרך, ורוב הילדים מסוגלים לפתח את הכישורים החסרים אם יינתן להם מענה מוקדם (Jordan & Levine, 2009). מפת הידע מציגה רצף התפתחותי של יכולות מתמטיות, ומצביעה על כך שהשלב הקריטי להשפעה על פיתוח יכולות נומריות בסיסיות, ובהן ספירה, השוואת מספרים, אומדן על ציר המספרים וזיהוי מספרים, הוא מן הינקות ועד תחילת היסודי (גילאי 4-6). כישורים בסיסיים אלה משמשים בסיס לכישורים מורכבים יותר בהמשך, כגון הבנת שברים בכיתות הגבוהות של היסודי, ומכאן הערך שבחיזוקם מוקדם ככל האפשר (מפת הידע, 2019).

עם זאת, כפי שעלה בצוות החשיבה, בחירת שכבת הגיל תלויה גם בתנאי השטח. בשכבות הצעירות פועלת לעיתים כבר התערבות אינטנסיבית בתחום השפה, והוספת התערבות במתמטיקה עלולה להכביד על המורים ועל התלמידים. בהקשר זה נשקלה כיתה ג' כנקודת כניסה אפשרית, מתוך ההכרה שפערים במתמטיקה ניכרים כבר בגן וגדלים עם השנים.

פרק 4 - גישות ופרקטיקות הוראה

פרק זה עוסק בגישות ובפרקטיקות הוראה אפקטיביות בהוראת המתמטיקה. המחקר העכשווי מצביע על כמה גישות שנמצאו אפקטיביות לקידום למידה מתמטית משמעותית, ובראשן הגישה הקונסטרוקטיביסטית, הרואה בהבנה המתמטית דבר שנבנה בהדרגה מן המוחשי אל המופשט, והגישה הרלוונטית-תרבותית, הרואה בתרבות התלמיד ובזהותו משאב מרכזי ללמידה. מגישות אלה נגזרות פרקטיקות הוראה קונקרטיות, ובהן ניהול שיח מתמטי ונרמול טעויות, הוראה דיפרנציאלית, עבודה בקבוצות קטנות, משוב והערכה מעצבת, ומשחקיות. עם זאת, בהוראה לתלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך פרקטיקות אלה מיושמות באופן עקבי רק לעיתים רחוקות, והשיעורים מתמקדים בעיקר בשינון ובפרוצדורות, ללא תשומת לב מספקת ללמידה מתמטית משמעותית (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014). הפרק מציג את הגישות והפרקטיקות שנמצאו אפקטיביות לקידום הישגיהם של תלמידים אלה.

4.1. גישות בהוראת המתמטיקה

4.1.1. הוראה קונסטרוקטיביסטית ומעבר הדרגתי מן המוחשי למופשט

"הוראה קונסטרוקטיביסטית האדגישה את ההיבטים הלואיים של החשיבה המתמטית צריכה להתחיל מזכרים שהם פיזיים, מחקרים ומחקרי מסלול, וחתוך זה צוחחת המחשבות של רצף המספרים של ישר המספרים. אם עובדים עם ילדים קודם כחוק דברים מחקיים, אז יותר קל לעבור איתם למתמטיקה שהיא פחות מוחשית."

בבסיס ההוראה הקונסטרוקטיביסטית עומדת התפיסה שילדים **בונים משמעות מתמטית באמצעות אינטראקציה פיזית עם חפצים**, ורק לאחר גיבוש ההבנה המוחשית אפשר לעבור לייצוגים סמליים ומופשטים (Bruner, 1964; Piaget, 1962). גישה זו עומדת בבסיסן של פרקטיקות אחדות הנדונות בהמשך הפרק, ובהן ניהול שיח מתמטי, הוראה דיפרנציאלית מבוססת-חקר ולמידה באמצעות משחק. ביטוי מרכזי שלה הוא השימוש באמצעי המחשה מוחשיים, המאפשרים לתלמיד לבנות הבנה מתוך התנסות, **והשפעתם על למידת**

המתמטיקה חיונית בהשוואה להוראה בסמלים מופשטים בלבד, במיוחד בשנות הלימוד היסודיות, כל עוד הם משמשים בהוראה מכוונת התומכת במעבר מן המוחשי אל המופשט. יתרון זה בולט במיוחד בשלב שבו התלמידים נשענים על התנסות מוחשית כדי לבנות משמעות, ופוחת עם המעבר ליכולת חשיבה מופשטת בגיל מבוגר יותר (Carbonneau et al., 2013). **בהתאם לכך, מומלץ לאפשר לתלמידים להתנסות ברעיונות מתמטיים טרם החשיפה הפורמלית** (NCTM, 2014). מנגד, תוכניות פיצוי הנשענות על תרגול חישובי חוזר, בלא לחשוף תלמידים להבנה מושגית ולחשיבה מתמטית, מעמיקות את הפער (Means & Knapp, 1991). למידה מבוססת שינון וחיקוי יוצרת קישורים שאינם מתמטיים ואינה מובילה להבנה, ואילו הוראה המתחילה מן הרעיונות הקיימים של הילד ומאפשרת לו לבנות רשת קוגניטיבית של רעיונות מקושרים מפתחת את אמונתו שהוא מסוגל לעשות מתמטיקה ושיש בה היגיון (Van de Walle, 1999).

4.1.2. הקשרים אותנטיים ותרבותיים בהוראת המתמטיקה

התרבות אינה רק רקע אלא משאב מרכזי להוראה. פערים מתמשכים בהישגים מצטמצמים ואף נעלמים כאשר כל התלמידים ניגשים למתמטיקה איכותית ומאתגרת, הנלמדת על ידי מורים המבינים ומעריכים את הרקע החברתי והתרבותי של תלמידיהם. הוראה אפקטיבית נעזרת במשאבי הקהילה כדי לרתום את ההקשרים, התרבות והשפה של התלמידים לתמיכה בהוראת המתמטיקה, וכך לימוד המתמטיקה הופך לחלק מזהותו של התלמיד ומחזק את מעורבותו והמוטיבציה שלו

הוראת מתמטיקה רלוונטית תרבותית נבחנה בקהילה מקסיקנית-אמריקנית, בפרויקט שיתופי של חוקרים, מורים והנהלת בית הספר. המודל שגובש נשען על הידע המתמטי הבלתי פורמלי של התלמידים ועל הידע התרבותי שלהם, על פיתוח חשיבה מתמטית ביקורתית, ועל יחס מעצים כלפי תרבותם, הרואה בתרבות ובמשפחה בסיס ללמידה ומקור לחוסן, בניגוד לגישת גירעון הרואה בהן מקור לחוסרים. ביישום המודל פיתחו התלמידים הבנה מושגית משמעותית עבורם, למדו לתקשר רעיונות מתמטיים לכיתה כולה, ושינו את יחסם כלפי המתמטיקה לחיובי יותר (Gutstein et al., 1997). שימוש אפקטיבי בתרבות התלמידים מחייב שהמורה יכיר אותה לעומק וייתחם אליה כחלק מתוכנית הלימודים עצמה, ולא כאמצעי גישור בלבד (Gutstein et al., 1997). מעבר להישגים, נמצאה לכך השפעה גם על הזהות והמוטיבציה בקרב תלמידים מרקעים תרבותיים ולשוניים מגוונים, קישור ההוראה לידע התרבותי ולחוויות היומיום תרם לזהות מתמטית חיובית, לעלייה בעניין ובהנאה מן המתמטיקה ולחיזוק הביטחון העצמי. עם זאת, רוב הכיתות אינן מקשרות את ההוראה לחוויות ולמציאות של התלמידים, וגישה המבוססת על חוזקות תרבותיות ולשוניות היא תנאי להשגת שוויון בחינוך המתמטי (Abdulrahim & Orosco, 2020).

"להביא דברים מההקשר של התלמידים, ההקשר צריך להיות באמת אותנטי ורלוונטי ולא חתאים לדברים סטריאוטיפיים. כהתאם לתרבות של התלמידים, להביא דברים אחייו היום-יום שלהם, זה התאם כמעט אפסר לנצל אותו לטובת ההוראה."

הוראת מתמטיקה רלוונטית תרבותית נבחנה בקהילה מקסיקנית-אמריקנית, בפרויקט שיתופי של חוקרים, מורים והנהלת בית הספר. המודל שגובש נשען על הידע המתמטי הבלתי פורמלי של התלמידים ועל הידע התרבותי שלהם, על פיתוח חשיבה מתמטית ביקורתית, ועל יחס מעצים כלפי תרבותם, הרואה בתרבות ובמשפחה בסיס ללמידה ומקור לחוסן, בניגוד לגישת גירעון הרואה בהן מקור לחוסרים.

ביישום המודל פיתחו התלמידים הבנה מושגית משמעותית עבורם, למדו לתקשר רעיונות מתמטיים לכיתה כולה, ושינו את יחסם כלפי המתמטיקה לחיובי יותר (Gutstein et al., 1997). שימוש אפקטיבי בתרבות התלמידים מחייב שהמורה יכיר אותה לעומק וייתחם אליה כחלק מתוכנית הלימודים עצמה, ולא כאמצעי גישור בלבד (Gutstein et al., 1997). מעבר להישגים, נמצאה לכך השפעה גם על הזהות והמוטיבציה בקרב תלמידים מרקעים תרבותיים ולשוניים מגוונים, קישור ההוראה לידע התרבותי ולחוויות היומיום תרם לזהות מתמטית חיובית, לעלייה בעניין ובהנאה מן המתמטיקה ולחיזוק הביטחון העצמי. עם זאת, רוב הכיתות אינן מקשרות את ההוראה לחוויות ולמציאות של התלמידים, וגישה המבוססת על חוזקות תרבותיות ולשוניות היא תנאי להשגת שוויון בחינוך המתמטי (Abdulrahim & Orosco, 2020).

4.1.3. בניית זהות מתמטית וחיזוק תחושת המסוגלות

"חתוך הכנה שזהות זה דבר מאוד חשוב ומקדם הישגים, בחינוך כבתי ספר שהאוכלוסייה הסוציו-אקונומית נמוכה, המטרה שלי היא ליצור משהי העצמה לילדים, חוויות חיוביות, ולנסות להוציא אותם מההרצאה הזו של "אני לא מסוגל, אין לי סיכוי, מתמטיקה זה קשה, ואני גרוע".

תת-פרק 1.5 הציג את הזהות המתמטית ואת תחושת המסוגלות כמאפיינים המשפיעים על יחס התלמיד למתמטיקה ועל הישגיו, ועמד על האופן שבו הם מתעצבים מתוך נרטיבים חברתיים ותרבותיים. תת-פרק זה עוסק באופן שבו ההוראה יכולה לבנות ולחזק זהות מתמטית חיובית ותחושת מסוגלות, במיוחד בקרב תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך. הזהות המתמטית ותחושת המסוגלות אינן קבועות, אלא נבנות במהלך הלמידה ומעוצבות בידי דרכי ההוראה והאינטראקציות הכיתתיות (Graven & Heyd-Metzuyan, 2019). כל תלמיד מביא עמו לכיתה זהויות מרובות, הקשורות בין היתר לרקע התרבותי, ללשון ולקהילה שלו ולמורה תפקיד מרכזי בעיצוב זהותו המתמטית. כאשר ההוראה נשענת על זהויותיו של התלמיד, נפתחות אפשרויות עשירות ללמידה, במיוחד עבור תלמידים שהודרו בשל מעמד, רקע אתני, שפה או מגדר (Aguirre, Mayfield-Ingram, & Martin, 2013).

בידי דרכי ההוראה והאינטראקציות הכיתתיות (Graven & Heyd-Metzuyan, 2019). כל תלמיד מביא עמו לכיתה זהויות מרובות, הקשורות בין היתר לרקע התרבותי, ללשון ולקהילה שלו ולמורה תפקיד מרכזי בעיצוב זהותו המתמטית. כאשר ההוראה נשענת על זהויותיו של התלמיד, נפתחות אפשרויות עשירות ללמידה, במיוחד עבור תלמידים שהודרו בשל מעמד, רקע אתני, שפה או מגדר (Aguirre, Mayfield-Ingram, & Martin, 2013).

פדגוגיה מבוססת-זהות מציעה חמש פרקטיקות הוראה מבוססות-שוויון, שנועדו לחזק את הלמידה המתמטית ולטפח זהות מתמטית חיובית אצל התלמיד :

1. העמקה במתמטיקה (Going deep with mathematics) - תומכת בתלמידים בניתוח, השוואה, הצדקה והוכחה של פתרונותיהם, מערבת אותם בדיונים, ומציגה משימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה הכוללות אסטרטגיות פתרון וייצוגים מרובים, במקום שינון ומעקב אחר פרוצדורות.

2. **מינוף כשירויות מתמטיות מגוונות (Leveraging multiple mathematical competencies) - בונה** שיתופי פעולה שבהם תלמידים בעלי ידע ומיומנויות מגוונים פותרים יחד בעיות מורכבות, ומציגה משימות בעלות נקודות כניסה מרובות המאפשרות לתלמידים בעלי מיומנויות, ידע ורמות ביטחון שונות להשתתף ולתרום תרומה בעלת ערך.

3. **אישוש זהויותיהם של לומדי המתמטיקה (Affirming mathematics learners identities) - מעודדת** התמדה והנמקה בפתרון בעיות, רואה בתלמידים פותרים בעיות בעלי ביטחון התורמים תרומה מתמטית בעלת ערך, ומתייחסת לטעויות כאל מקור ללמידה ומכירה בכך שיש דרכים רבות ומגוונות לבטא יכולת מתמטית.

4. **צמצום מרחבי הדירה (Challenging spaces of marginality) - ממקמת את התלמידים כמקור של** מומחיות וידע, רואה בחוויות החיים שלהם משאב לגיטימי ללמידה, מחלקת את הסמכות המתמטית בין התלמידים, המורה והטקסט ומעודדת אינטראקציה בין תלמידים והשתתפות רחבה.

5. **הישענות על מקורות ידע מגוונים (Drawing on multiple resources of knowledge) - יוצרת** חיבורים בין מקורות ידע מרובים, רותמת ידע וחוויות מתרבות התלמיד, קהילתו ומשפחתו, ותומכת ברב-לשוניות.

חמש הפרקטיקות אינן מדורגות לפי חשיבותן, ובכיתה הן מתרחשות לרוב יחד ובשילובים שונים. זהות מתמטית חיובית ופורייה תורמת ללמידה המתמטית של הילד (Aguirre, Mayfield-Ingram, & Martin, 2013).

עיקרון דומה עולה גם מתוך מסורת הפדגוגיה הביקורתית של פריירה, אשר הוחלה על החינוך המתמטי בשתי גישות עיקריות: **אתנומתמטיקה וחינוך מתמטי ביקורתי**. אתנומתמטיקה מייחסת מקום של כבוד לתרבות ולגוף הידע המתמטי של התלמיד, ורואה בהכרה בשוני בין תרבויות שונות אמצעי לבניית תוכניות לימודים המותאמות לאוכלוסיית התלמידים ולתרבותם. חינוך מתמטי ביקורתי, מצדו, מדגיש את מידת הרלוונטיות של החומר הנלמד לעולמם של התלמידים כעיקרון מרכזי בהוראה, ורואה בתפקיד המורה להראות כיצד המתמטיקה רלוונטית ושימושית לעולמם (רמון, 2009).

בהקשר הישראלי, נטען כי הוראת המתמטיקה עלולה לשמר אי-שוויון חברתי, הן באמצעות תפקידה כמקצוע ממיין והן באמצעות מסרים סמויים המשוקעים בדוגמאות ובעיות המילוליות בספרי הלימוד. כאלטרנטיבה, הוצעה גישה של חינוך מתמטי לצדק חברתי, המבוססת על הבחנה בין שלושה סוגי ידע מתמטי: **ידע קלאסי**, המבוסס על תוכניות הלימודים הפורמליות; **ידע קהילתי**, שאיתו מגיעים התלמידים לכיתה מתוך ניסיון חייהם וההקשרים התרבותיים שלהם; ו**ידע ביקורתי**, הנוצר בכיתה מתוך שילוב בין שני סוגי הידע הקודמים. במסגרת גישה זו הוצבה כמטרה פדגוגית מרכזית פיתוח תרבות חיובית וזהות חברתית, לצד ההישגים הלימודיים (גוטסטיין, בתוך זלמנסון לוי ומרגלית, 2009).

מרכיב נוסף בתחושת המסוגלות הוא דפוס החשיבה של התלמיד, כלומר אמונתו אם יכולתו קבועה או ניתנת לפיתוח. התערבות פדגוגית קצרה המלמדת שהיכולת ניתנת לפיתוח שיפירה את ציוניהם של תלמידים בעלי הישגים נמוכים, אך השיפור התקיים בעיקר כאשר התלמידים עודדו זה את זה בהתמודדות עם אתגרים, כך שטיפוח דפוס חשיבה מתפתח נזקק לסביבת למידה תומכת כדי להבשיל לכדי הישגים (Yeager et al., 2019).

4.2. פרקטיקות הוראה אפקטיביות

4.2.1. שיח מתמטי, הנמקה ונרמול טעויות

"נרמול של טעות הוא חלק מהלמידה. ילדים מפחדים לטעות, אבל אם יש כיתה אווירה שמעודדת את זה, גם לטעות זה בסדר, ולנרמול את זה ולהכין מתוך הטעות. אני חושבת שזה אחד הדברים הכי חשובים כחורה למתמטיקה שחייב לקרות בכיתה."

שיח מתמטי משמעותי מהווה מנגנון מרכזי לפיתוח הבנה מושגית ולמידה מעמיקה. הוראה אפקטיבית מעודדת שיח בין תלמידים לשם בניית הבנה משותפת של רעיונות מתמטיים, באמצעות ניתוח והשוואה של גישות וטיעונים, וכוללת חילופי רעיונות מכוונים בדיון כיתתי ותקשורת מילולית, ויזואלית וכתובה (NCTM, 2014). תלמידים הלומדים לנסח ולהצדיק את רעיונותיהם המתמטיים, להסתמך על הסברים

של עצמם ושל אחרים ולספק נימוק לתשובותיהם, מפתחים הבנה עמוקה הקריטית להצלחתם העתידית במתמטיקה (Carpenter, Franke & Levi, 2003). מסגרת שיח כיתתי אפקטיבי (Accountable talk) מבוססת על שלושה צירי אחריות הפועלים יחד:

1. אחריות לקהילה הלומדת - התלמידים מקשיבים זה לזה ובונים על רעיונות של אחרים.
2. אחריות לסטנדרטים של היגיון - שיח המדגיש קשרים לוגיים והסקת מסקנות מנומקות.
3. אחריות לידע - שיח המבוסס על עובדות ומידע נגיש לכלל המשתתפים.

שלושת הצירים אינם ניתנים להפרדה: האחריות לקהילה יוצרת את הסביבה הבטוחה שבה תלמידים מוכנים לחשוף רעיונות לא גמורים או שגויים, ורק מתוך כך אפשר לפתח אחריות לידע ולהיגיון. שיח מסוג זה נמצא קשור להישגים אקדמיים משמעותיים בקרב אוכלוסיות מגוונות, לרבות תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך. עם זאת, נורמות השיח אינן מובנות מאליהן לכלל התלמידים, ותלמידים מבתים עם רמת השכלה גבוהה מגיעים מוכנים יותר לשיח מסוג זה, ולכן יצירת תרבות שיח דורשת עבודה מכוונת ומתמשכת מצד המורה (Michaels, O'Connor & Resnick, 2008).

כדי ששיח כיתתי יוביל לבניית הבנה, נדרש תכנון מכוון של המורה. מסגרת בת חמש פרקטיקות לניהול דיון מתמטי פורה כוללת צפייה מראש של תגובות תלמידים אפשריות, ניטור עבודתם בזמן הפתרון, בחירה מכוונת של תלמידים שיציגו, קביעת סדר הצגה הבונה הבנה מושגית מתקדמת, ויצירת קשרים מפורשים בין הגישות השונות. בהיעדר תכנון מוקדם, הדיון עלול להפוך לסדרת הצגות נפרדות שאינן תורמות לבניית הבנה (Smith & Stein, 2011). שיח דיאלוגי, שבו המורה מזמין את התלמידים לשתף ולהרחיב רעיונות, נמצא קשור להישגים גבוהים יותר, בעוד שהוראה חד-כיוונית אינה קשורה להישגים באופן דומה (Tao & Chen, 2024). כך, למשל, במחקר שנערך בבית ספר בקהילה מקסיקנית-אמריקנית מרקע סוציו-אקונומי נמוך, מורים הובילו חשיבה מתמטית הכוללת הצדקת תשובות ופיתוח טיעונים, ואתגרו את תלמידיהם לנמק, להסביר ולהגיע להסכמה מנומקת ברמת הכיתה. בעקבות זאת פיתחו התלמידים הבנה מושגית משמעותית עבורם ולמדו לתקשר רעיונות מתמטיים לכיתה כולה (Gutstein et al., 1997).

תנאי לקיומו של שיח פתוח כזה הוא אקלים כיתתי שבו מותר לטעות. היבט מרכזי בבניית תרבות שיח הוא נרמול הטעויות כחלק לגיטימי מתהליך הלמידה. כאשר רעיון שגוי נשמע ונבחן בפומבי, ההבנה המושגית של הכיתה כולה נבנית מתוכו (Michaels et al., 2008). באקלים מאיים, לעומת זאת, תלמידים נמנעים מלהשיב אלא אם הם בטוחים בתשובתם, וכך מצמצמים את הזדמנויות הלמידה שלהם (Hattie & Timperley, 2007).

4.2.2. הוראה דיפרנציאלית ומענה לצרכים

הרבה חכמים באדולף זה זה אומר, אבל
כפועל זה לעשות עם זה – כל אחד לוקח
את זה למקום מאוד מאוד שונה. גם חורים
חנוסים, עדיין חסרות החון אסטרטגיות
כדי לעדכ הוראה דיפרנציאלית שמתחקה
באותה בקשים על התלמידים כפועל.

הוראה דיפרנציאלית היא התאמה מתוכננת של ההוראה לשונות בין התלמידים, בין ביחידים ובין בקבוצות, ויכולה לבוא לידי ביטוי בהתאמת התוכן, תהליך הלמידה, זמן הלמידה, התוצר או סביבת הלמידה. הפער המרכזי אינו בהבנת העיקרון אלא ביישומו, ותרגום ההוראה הדיפרנציאלית לפרקטיקה בכיתה מציב קושי ניכר (Deunk et al., 2018). גם בשלבי התמיכה הממוקדת על התלמידים להמשיך להיחשף לתכנים מתמטיים מורכבים ומאתגרים, ולא רק לתרגול בסיסי (Kanold & Larson, 2012, as cited in NCTM, 2014).

חלוקה לקבוצות לפי רמה, דרך נפוצה ליישום הוראה מותאמת, מעלה סוגיות מורכבות. כפי שתואר בפרק 2, שיבוץ תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך לקבוצות נמוכות **עלול להוביל לציפיות נמוכות ולהזדמנויות למידה לא שוויוניות**. חלוקה הומוגנית, ללא התאמת ההוראה, אינה משפרת הישגים ואף נקשרה לפגיעה קלה בתלמידים בעלי הישגים נמוכים. לעומת זאת, כאשר ההתאמה מוטמעת בתוכנית פיתוח מקצועי בית-ספרית היא הניבה שיפור מובהק, שכן פיתוח מקצועי מסייע למורים ליישם את ההתאמות בפועל. הצלחתה תלויה בשני תנאים, **היכרות מדויקת ומבוססת-נתונים עם רמת הבנתו של כל תלמיד, והבנה אילו דרכי הוראה מתאימות לרמות שונות** (Deunk et al., 2018).

השאלה אם הוראה דיפרנציאלית מקדמת צדק חברתי אינה חד-משמעית. היא עלולה דווקא **להעמיק הדרה כאשר התלמידים הזקוקים לתמיכה מקבלים תרגול שגרתי במקום למידה מבוססת חקר**, או כאשר היא מובילה לתפיסתם כבעלי יכולת פחותה (Bannister, 2016, as cited in Gervasoni et al., 2021). לפיכך יש ליישמה מתוך תפיסה **שכל התלמידים כשירים ללמידה וזכאים להזדמנות שווה ללמוד מתמטיקה עשירה ומאתגרת**, וגם בשלבי התמיכה הממוקדת עליהם להמשיך להיחשף לתכנים מורכבים ולא רק לתרגול בסיסי (Gervasoni et al., 2021; Kanold & Larson, 2012, as cited in NCTM, 2014).

4.2.3. עבודה בקבוצות קטנות

"עבודה בקבוצות קטנות, זוגות עזר חמישה
ילדים, צריכה להוות בסיס לעבודה הכיתתית
ולא אירוע מצדדן, תוך מתן תמיכה פדגוגית
לקבוצות הזקוקות לה".

עבודה בקבוצות קטנות מאפשרת למורה לתת תשומת לב רבה יותר לכל תלמיד מאשר בהוראה לכיתה כולה, והיא מתבצעת בשתי דרכים, תגבור על ידי מורה או עוזר הוראה, ולמידה שיתופית שבה התלמידים פועלים יחד ותומכים זה בזה. כוחו של התגבור נובע מכך שהוא מאפשר להתאים את תוכן ההוראה

לפערים הספציפיים של התלמיד, ולא רק לחזור על הנלמד במליאה. שתי הדרכים תורמות לשיפור ההישגים ולצמצום הפערים בקרב תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך (Dietrichson et al., 2017). התגבור הוא בעל ההשפעה החזקה ביותר, ובמיוחד **תלמידים בעלי הישגים נמוכים מפיקים מן העבודה בקבוצות קטנות תועלת רבה יותר משאר התלמידים**, ובכך טמון פוטנציאל ממשי לצמצום הפערים (Pellegrini et al., 2021).

4.2.4. משוב והערכה מעצבת

"הניסוי והחשוב מצד החורים על ההתקדמות
de הילדים, על בסיס פרטני, הם מה שיכול
לספק להם כלי להוראה נכונה ואם לסקר
לחלופי: תראה איזה יופי, את זה אתה כבר
יודע, עכשיו אנחנו הולכים לאתגר הבא".

המשוב הוא אחד הגורמים המשפיעים ביותר על הישגים לימודיים, והשפעתו גבוהה בהרבה מהשפעת ההתערבויות הממוצעת של בית הספר (Hattie & Timperley, 2007). עם זאת, עוצמת המשוב תלויה בסוגו. משוב אפקטיבי מבוסס על שלוש שאלות מרכזיות: "לאן אני הולך?" (מהן המטרות), "כיצד אני מתקדם?" (מהי ההתקדמות לעבר המטרה), ו"מה הלאה?" (אילו פעולות נדרשות לשיפור). שאלות אלה פועלות בארבע רמות:

- **רמת המשימה:** משוב על נכונות התוצר ועל מידע חסר ("עליך לכלול עוד מידע על...").
- **רמת התהליך:** משוב על דרכי הביצוע והאסטרטגיות ("ייתכן שהעמוד הזה יהיה ברור יותר אם תשתמש באסטרטגיות שדיברנו עליהן קודם").
- **רמת הוויסות העצמי:** הכוונת התלמיד להעריך את עבודתו בעצמו ("אתה כבר מכיר את המאפיינים של פתיחת טיעון; בדוק אם שילבת אותם בפסקה הראשונה").
- **רמת ה"עצמי":** שבח כללי המופנה אל התלמיד ("תשובה מצוינת, כל הכבוד"), שאינו קשור לביצוע המשימה.

המשוב האפקטיבי ביותר לקידום למידה עמוקה פועל **ברמות התהליך והוויסות העצמי**, ואילו **משוב ברמת ה"עצמי"** מכיל מעט מידע הרלוונטי ללמידה ואינו **תורם להישגים**. בפועל, תדירות המשוב נמוכה, ורובו מתמקד בשבח כללי או בתיקון התשובה, ולא בתהליך החשיבה שהוא המועיל ביותר ללמידה. דפוס זה רלוונטי במיוחד לתלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך, שכן המורים נוטים לתת להם דווקא שבח כללי, הסוג הפחות אפקטיבי (Butler, 1987, 1988, as cited in Hattie & Timperley, 2007). בנוסף, הערות כתובות בלבד קידמו את הלמידה, בעוד שמתן ציונים בלבד, או הערות המלוות בציונים, לא הביאו לכך (Butler, 1987, 1988, as cited in Hattie & Timperley, 2007).

חיזוק פרקטיקות של הערכה מעצבת נמנה עם השיפורים הגדולים ביותר בלמידה מבין ההתערבויות שנבחנו בסקירה רחבה. **הערכה מעצבת מסייעת לתלמידים בעלי הישגים נמוכים יותר מאשר לאחרים, ובכך מצמצמת פערי הישגים**. הערכה עצמית של התלמיד אינה מותרת אלא מרכיב הכרחי: **על התלמיד להבין את מטרות הלמידה, לזהות את מיקומו הנוכחי, ולדעת כיצד לצמצם את הפער ביניהם** (Black & Wiliam, 1998). זיהוי פערי למידה ותפיסות שגויות וטיפול בהם במהלך ההוראה, לפני שהם מתגבשים, חשוב במיוחד, שכן המתנה לבחינה השבועית מאוחרת מדי (NCTM, 2014).

4.2.5. למידה מבוססת משחק

משחק הוא דרך לעורר מעורבות והנאה בלמידת המתמטיקה, ויחד עם זאת לבסס רעיונות מופשטים בהתנסות מוחשית. במשחקים מתמטיים הילד מתרגל מיומנויות מתוך עניין, ולעיתים מקשר בין מושג מופשט, כגון מספר, לבין ייצוג מרחבי או פיזי שלו (Ramani & Siegler, 2008).

שימוש באמצעים מוחשיים ומשחקיים מניב שיפור נרחב ויציב בידע מספרי בקרב ילדים מרקע סוציו-אקונומי נמוך. מחקר שבחן משחק לוח ובו מסלול ממוספר בסדר עולה, שבו תנועת האסימון מקשרת בין המספר למיקומו במרחב, מצא שיפור ביכולת להשוות גדלים, לאמוד מיקום על ציר המספרים, לספור ולזהות ספרות, ושיפור זה נשמר גם כעבור תשעה שבועות (Ramani & Siegler, 2008). באופן דומה, סדרת משחקים פיזיים פשוטים, העשויים מחומרים זמינים וזולים כגון כרטיסי מספרים, חרוזים וקוביות,

שיפרה את תחושת המספר בקרב ילדי גן. קבוצת ההתערבות כמעט סגרה את הפער מול ילדים מרקע בינוני וגבוה, והאינטראקציה והתחרות במשחק חיזקו את המוטיבציה הלימודית (Liang et al., 2020).

כוחו של המשחק ניכר כבר בגיל צעיר מאוד. פעוטות בני שנתיים עד שלוש הצליחו לעסוק בהתאמה חד-חד-ערכית בהקשר משחקי מוקדם יותר מכפי שנהוג היה לחשוב, כאשר המבוגר הדגים את ההתאמה, חיבר אותה

לשפה מתמטית מדויקת ועודד רפלקציה (Tirosh, Tsamir, Levenson, & Barkai, 2020). גם בהקשרים של מחסור חמור במשאבים נמצא המשחק יעיל, ומשחק דיגיטלי בטאבלט שיפר מיומנויות מספריות מוקדמות בקרב תלמידי כיתה א' בבית ספר כפרי בטנזניה, בעיקר בהשוואת כמויות, בחיבור ובחיסור (Lee & Choi, 2020).

”איך אנחנו כחורים גורמים לילדים לאהוב את תחום הדעת שאנחנו מלמדים, דרך משחק לימודי. כשאורה יושבת עם קבוצה קטנה ומשחקת איתה משחק מתמטי, יש שם שיח מתמטי שמוביל לחסיכה ולתהליך למידה, וחתוך זה הילד מתרגל ומצלח. זה גם את המסוגלות ואם את יצר התחרות”.

סקירת ספרות זו נכתבה כדי לשמש בסיס ידע ומשאב לגיבוש המודל הפדגוגי של מיזם מישורים בתחום המתמטיקה. תפקידה לספק לצוות המיזם ולמקבלי ההחלטות תמונה מחקרית עדכנית, שעליה יוכלו להישען בבואם לתכנן את התכניות ולקבל החלטות לקראת שנת הלימודים. מן הסקירה עולה תמונה עקבית, הפערים בהישגי המתמטיקה בקרב תלמידים מרקע של עוני והדרה אינם נובעים מהיעדר יכולת מולדת אלא מהזדמנויות למידה לא שוות, ולכן הם ניתנים לשינוי. הדברים המרכזיים העולים ממנה, שיכולים לשמש בסיס לעיצוב המודל:

ראשית, **פערי היסוד מצטברים ומחייבים מענה מוקדם**. ילדים מרקע נמוך נכנסים לבית הספר עם פערים בכישורי מספר בסיסיים, ומאחר שהלמידה המתמטית נבנית נדבך על נדבך, הפער מתרחב עם הזמן. מכאן **החשיבות של חיזוק כישורי היסוד מוקדם ככל האפשר**.

שנית, **תפיסות התלמיד את עצמו ניתנות לעיצוב**. תחושת המסוגלות, דפוס החשיבה, תחושת חוסר התוחלת והזהות המתמטית מקשרות בין הרקע החברתי להישגים, ואינן קבועות. הוראה מכוונת יכולה לטפח את תחושת המסוגלות והזהות המתמטית ולהפחית את תחושת חוסר התוחלת.

שלישית, **איכות המורה והכשרתו הן גורם מרכזי**. איכות ההוראה היא המשפיעה ביותר על הישגי התלמידים מבין הגורמים שבשליטת המערכת, אך קיימים פערים מתמשכים בהשכלה המתמטית, בהכשרה ובפיתוח המקצועי, ושיעור גבוה מהתלמידים מרקע נמוך לומד ממורים חסרי הכשרה מתאימה. לצד זאת, הספרות מצביעה על כך שליווי ואימון של מורים, בתוך הכיתה ומחוצה לה, הוא מן הדרכים האפקטיביות לקידום המורה ולשיפור איכות ההוראה לאורך זמן.

רביעית, **ציפיות המורים מעצבות את ההוראה**. ציפיות נמוכות מתורגמות להוראה פרוצדורלית ומצמצמת, ויוצרות מעגל שבו התלמידים אינם נחשפים לחשיבה מתמטית ממשית, לא מחוסר יכולת אלא מהיעדר הזדמנות. לעומת זאת, ציפיות גבוהות, המשדרות לתלמיד שהוא מסוגל ויצליח, חושפות אותו ללמידה מתמטית עשירה ומאפשרות לו לממש את יכולתו.

חמישית, **התערבות מוצלחת דורשת מערכת תמיכה מתמשכת**. שינוי בהוראה אינו אירוע נקודתי אלא תהליך הנשען על ליווי מורים, קהילות למידה ומשאבי הוראה איכותיים, ועל תנאים כגון מטרות מובהקות, אורך נשימה וקיומה של דמות מובילה המאגדת את התהליך ומחזיקה אותו לאורך זמן.

שישית, **קיימות גישות ופרקטיקות הוראה יעילות לקידום תלמידים מרקע של עוני והדרה**. הן כוללות גישות-יסוד בהוראת המתמטיקה ופרקטיקות הוראה קונקרטיות הנגזרות מהן, שנמצאו אפקטיביות. חשוב לעשות בהן שימוש עקבי ומתמשך, בשיתוף ובמחויבות של כלל הגורמים במערכת.

המשותף לכל אלה הוא ההכרה שכל התלמידים מסוגלים ללמוד מתמטיקה משמעותית, **בתנאי שיינתנו להם ההזדמנות והתמיכה המתאימות**. צמצום הפערים אפשרי, אך הוא מחייב פעולה רב-ממדית הנוגעת בכישורי היסוד של התלמיד, בתפיסותיו, בהכשרת המורים וציפיותיהם ובפרקטיקות ההוראה. סקירה זו נועדה לשמש את הצוות בבחירת הדגשים ובקבלת ההחלטות בבניית המודל, מתוך התאמה למציאות השדה ולמשאבים הקיימים.

נספח זה מציג שש תוכניות התערבות במתמטיקה לתלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך, המובאות ככלי עזר אופציונלי לצוות ההדרכה והליווי של מיזם משרים. התוכניות מסודרות לפי סוג ההתערבות: **תוכניות ברמת בית הספר, התערבות פרטנית, ותוכניות פיתוח מקצועי למורים**. הבחירה בתוכניות אלה נשענת על בסיס מחקרי הבוחן אילו רכיבי הוראה והתערבות תורמים ביותר לשיפור הישגים במתמטיקה של תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך.

כל תוכנית מוצגת בנספח לפי סדר קבוע, הפותח במהות התוכנית ומטרותיה, ממשיך באסטרטגיה המרכזית של ההתערבות, ומסתיים בפרקטיקות ובכלים המעשיים ליישומה בשטח.

תוכניות ברמת בית הספר כוללות שלוש תוכניות המבוססות על שינוי מבני-ארגוני של ההוראה. QUASAR ביססה הוראה סביב משימות עתירות חשיבה קוגניטיבית, המשלבות ביצוע מדויק של מיומנויות עם הבנה מתי ומדוע להשתמש בהן, לצד ניסוח בעיות מתמטיות, בניית השערות והסקת מסקנות באופן עצמאי, מתוך הנחה שפערי הישג נובעים מהיעדר הזדמנות ולא מהיעדר יכולת. Complex Instruction מלמדת את כלל התלמידים בקבוצות הטרוגניות, ללא מיון לרמות, ומדגישה את תרומתם של תלמידים שאינם מובילים בקבוצה. Building Blocks, לעומתן, מספקת תוכנית לימודים מובנית ליישום בכיתה, המשלבת פעילויות מחשב ופעילויות מוחשיות, וכן חומרי הוראה מודפסים לאורך מסלול למידה.

ההתערבות הפרטנית כוללת תוכנית התערבות המבוססת על עבודה ישירה עם תלמידים בודדים שזוהו כבסיכון, בנפרד ממבנה הכיתה הרגיל. ההתערבות השוודית מיועדת לתלמידי כיתה ב' שזוהו כבסיכון לקשיים מוקדמים במתמטיקה, ומועברת אחד על אחד לאורך עשרה שבועות, במטרה לחזק את יסודות תחושת המספר והחשבון הבסיסי.

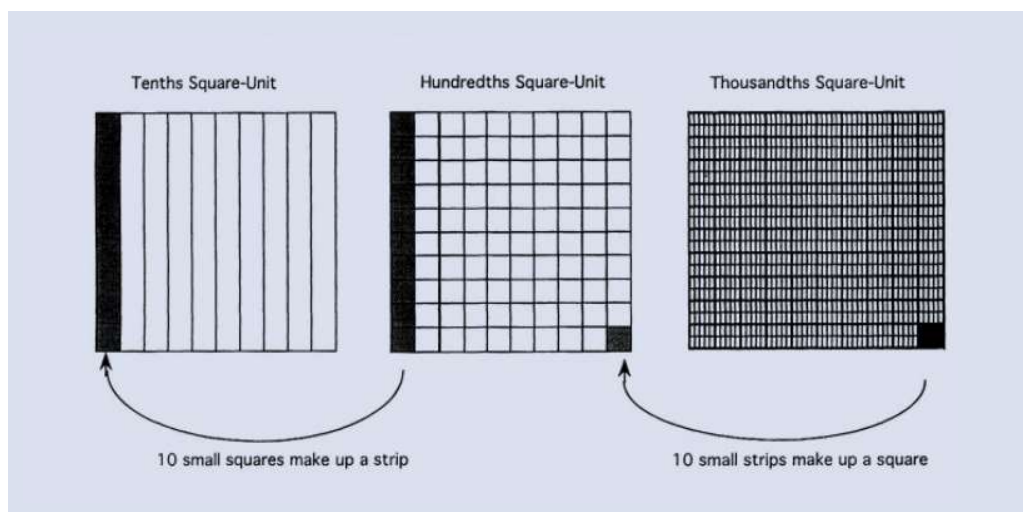
תוכניות פיתוח מקצועי למורים כוללות תוכניות המתמקדות בפיתוח המקצועי של מורים, ולא בהתערבות ישירה עם תלמידים. ארנפלד-הורן מבוססת על שיח צוות מורים סביב וידאו מצולם מהכיתה, שבו המורים בוחנים יחד את דרכי ההוראה שלהם ומזהים דילמות פדגוגיות. Study Lesson היא סבב שיתופי שבו צוותי מורים חוקרים תוכן לימודי, מתכננים שיעור מחקר יחד, מלמדים אותו תוך איסוף נתונים על תגובות התלמידים, ודנים בממצאים כדי להסיק השלכות להוראה.

רכיבי הוראה והתערבות שונים תורמים במידה משתנה מאוד לשיפור הישגיהם של תלמידים מרקע סוציו-אקונומי נמוך, כאשר הוראה פרטנית בולטת כרכיב בעל התרומה הגבוהה ביותר ובעל הבסיס המחקרי המוצק ביותר, ואחריה משוב ומעקב שוטף אחר התקדמות התלמיד. למידה בקבוצות קטנות ולמידה שיתופית הניבו תרומה בינונית, על בסיס סקירה שיטתית שבחנה 101 מחקרים במדינות ה-OECD והאיחוד האירופי, שרובם המכריע בוצעו בארצות הברית (Dietrichson et al., 2017).

פרויקט רפורמה חינוכית שמטרתו לפתח וליישם הוראה משופרת במתמטיקה עבור תלמידי חטיבת ביניים עירוניים (כיתות ו' עד ח'), ברובם ממשפחות החיות בעוני וממוצא אתני ולשוני מגוון, מתוך ההנחה שרמות ההשתתפות וההישג הנמוכות אינן נובעות מהיעדר יכולת או פוטנציאל, אלא ממכלול פרקטיקות חינוכיות שלא סיפקו להם הזדמנויות למידה איכותיות (Silver & Stein, 1996).

האסטרטגיה המרכזית הייתה הוראה המשלבת ביצוע של מיומנויות, לצד הבנה מתי ומדוע להשתמש בהם לפתרון בעיות מורכבות, ובהם ניסוח בעיות, בניית השערות, הסקת מסקנות מנתונים, ופתרון בעיות בדרכים חדשות. במקום לשנן ולשחזר עובדות ומיומנויות, התלמידים מתבקשים לנסח בעיות בעצמם, לתכנן את תהליך החשיבה שלהם, ולהסביר ולהצדיק את הנמקותיהם בעל פה ובכתב. ניתוח משימות ההוראה בכיתות QUASAR מצא כי כ-75% מהן נועדו לעורר הבנה מושגית, היגיון או פתרון בעיות, לעומת כ-20% בלבד שעסקו בחישוב או בשינון ללא קשר להבנה. כ-67% מהמשימות כללו אסטרטגיות פתרון וייצוגים מרובים וגם הסבר בנוסף למציאת הפתרון. ההוראה עודדה את התלמידים לשתף פעולה ולהשתמש זה בזה כמשאב ללמידה.

הכלים המעשיים ליישום ההתערבות כללו מספר ייצוגים חזותיים או מודלים של עשרוניים, ובהם קוביות בסיס עשר, ציורים מוחשיים, וייצוג הריבועים העשרוניים (Decimal Squares Representation), ששימשו את המורות לסייע לתלמידים להתמודד עם מושג ערך המקום העשרוני [ראו איור 1]. הייצוג מורכב משלוש יחידות, המחולקות לעשר, למאה ולאלף חלקים בהתאמה, וממחיש כיצד ביטויים שונים בצורתם, כגון $\frac{3}{5}$ ו-0.6, מכסים בפועל את אותו שטח.



איור 1 – ייצוג ריבועים עשרוניים (Decimal Squares Representation)

כלי מעשי נוסף היה שימוש במטלות בעלות אסטרטגיות פתרון מרובות, שבהן תלמידים עבדו בקבוצות קטנות והציגו את פתרונותיהם על גבי מקרן שקפים בפני הכיתה, כאשר כל הצגה כזו לוותה בדרישה להסביר את התהליך שהובילה לפתרון. תפקיד המורה במהלך עבודת הקבוצות הקטנות היה תמיכה בתהליכי חשיבה שיתופיים, ולא ניהול ישיר של פעילות הקבוצה, למשל באמצעות שאלות כגון "איך הקבוצה הזאת חושבת על זה?" ו"דברו על זה ביחד ותראו למה אתם לא רואים את זה באותו אופן". יחד עם זאת, המורה לא נמנעה מהזדמנויות לכוון את מאמצי התלמידים לעבר אסטרטגיות מבוססות משמעות, ולעיתים ביקשה מקבוצה שפנתה מוקדם מדי למחשבו: "אני רוצה לראות מה אתם עושים בלי

המחשבון קודם". נורמה כיתתית מרכזית נוספת, שבאה לידי ביטוי בדיוני כיתה מלאה, הייתה הציפייה שתלמידים המקשיבים להסבר של תלמיד אחר ינטרו את הבנתם, ואם אינם מבינים משהו במלואו, יגבשו שאלה שתביע במדויק את מה שאינם מבינים.

התהליך הרפלקטיבי בפרויקט התבטא בבחינה שיטתית של הפער בין המשימה כפי שתוכננה לבין המשימה כפי שהתלמידים בפועל התנסו בה. גורמים שסייעו לשימור הרמה הגבוהה, מבלי לפגוע במורכבות המשימה, כללו בניית המשימה על ידע קודם, הקצאת זמן לחקירה, תמיכה מתמשכת בהסבר ובמשמעות, ופיגומים (scaffolding) שסייעו לתלמידים להתקדם. גורמים שהורידו את רמת הדרישה כללו הפיכת חלקים מאתגרים במשימה לפעולה שגרתית, למשל כאשר תלמידים ביקשו מהמורה להבהיר או לצמצם את המורכבות של המשימה, או כאשר המורה עצמה פתרה עבור התלמידים את החלק הקשה ביותר במקום להשאיר אותו לחשיבתם. הפרויקט ראה בכך בסיס להצדקת פיתוח מקצועי מתמשך של מורים בנושא שימור מורכבות המשימות.

Complex Instruction .2

התוכנית מבוססת על מחקר אורך של חמש שנים שעקב אחר כ-700 תלמידים בשלושה תיכונים בקליפורניה, ומתמקדת בבית הספר רייל-סייד, מוסד עירוני בעל אוכלוסייה מגוונת מבחינה אתנית, לשונית וכלכלית, עם שיעור ניכר של תלמידי אנגלית כשפה שנייה ותלמידים הזכאים לארוחות מסובסדות. רייל-סייד לימד את כלל התלמידים בקבוצות הטרוגניות ללא מיון לרמות, מתוך מחויבות מוצהרת של המחלקה למתמטיקה לקידום שוויון הזדמנויות (Boaler & Staples, 2008). מטרת התוכנית הייתה לפתח גישת הוראה שמצליחה להביא להישגים גבוהים ושוויוניים בקרב אוכלוסיית תלמידים מגוונת ומאתגרת מבחינה סוציו-אקונומית, ללא הישענות על מיון התלמידים לפי רמה. הממצאים מראים כי בתחילת התיכון תלמידי רייל-סייד השיגו ברמות נמוכות באופן מובהק בהשוואה לתלמידי בתי הספר האחרים, אך בתוך שנתיים הם עלו על תלמידי בתי הספר האחרים בציונים, וכי פערי ההישג בין קבוצות אתניות שונות שהיו קיימים בתחילת הדרך צומצמו כמעט בכל המקרים עד תום השנה השנייה. תלמידי רייל-סייד גם דיווחו על הנאה גבוהה יותר ממתמטיקה, למדו קורסים מתקדמים יותר, ותכננו בשיעור גבוה יותר להמשיך לעסוק במתמטיקה בעתיד, בהשוואה לתלמידי המסלול המסורתי בשני בתי הספר האחרים.

האסטרטגיה המרכזית של רייל-סייד מבוססת על מודל ההוראה המורכבת שפותח על ידי כהן ולוטן, שנועד להתמודד עם פערי מעמד חברתי ואקדמי המתפתחים בתוך אינטראקציות קבוצתיות ולא כתוצאה ממאפייני תלמידים ספציפיים. בבסיס הגישה עומד עיקרון הכיתה הרב-ממדית, לפיו מוערכות בכיתה יכולות מגוונות, ולא רק ביצוע נכון ומהיר של פעולות כפי שנהוג בכיתות מתמטיקה רגילות, מתוך ההנחה שאף תלמיד אינו "טוב בכל היכולות" אך כל תלמיד "טוב לפחות באחת מהן" (Cohen & Lotan, 1997), בתוך (Boaler & Staples, 2008). מודל ההוראה שולב בלוח זמנים ייחודי, שבו שיעורי מתמטיקה נמשכים תשעים דקות למחצית שנה, כך שתלמיד יכול ללמוד שני קורסים בשנה. סידור זה איפשר לתלמידים שנכשלו או התחילו ברמה נמוכה להגיע בכל זאת לרמות מתקדמות עד סיום התיכון.

יישום עיקרון הרב-ממדיות נעשה באמצעות פיתוח בעיות "ראויות לעבודה קבוצתית", הנבחרות על פי ארבעה מאפיינים: המחשת מושגים מתמטיים חשובים, ייצוגים מרובים אפשריים, משימות הדורשות שילוב אפקטיבי של משאבי הקבוצה, וקיום מספר מסלולי פתרון (Horn, 2005, בתוך Boaler & Staples, 2008). לצד זאת, לכל תלמיד בקבוצה הוקצה תפקיד קבוע, כגון מנחה, קפטן צוות, רשם/מדווח או מנהל משאבים, מתוך הנחה שלכל התלמידים יש תפקיד הכרחי לתפקוד הקבוצה. התפקידים הוחלפו בתום כל יחידת לימוד, והמורים חיזקו את מעמדם ואת חשיבותם באמצעות תזכורות תכופות בתחילת השיעור. כלי מרכזי נוסף הוא הענקת מעמד, פרקטיקה שבה המורה מחזקת תלמידים שמעמדם בקבוצה נמוך, למשל באמצעות אזכור בפני הכיתה של תרומה בעלת ערך אינטלקטואלי שהעלו, בקשה מתלמיד להציג רעיון,

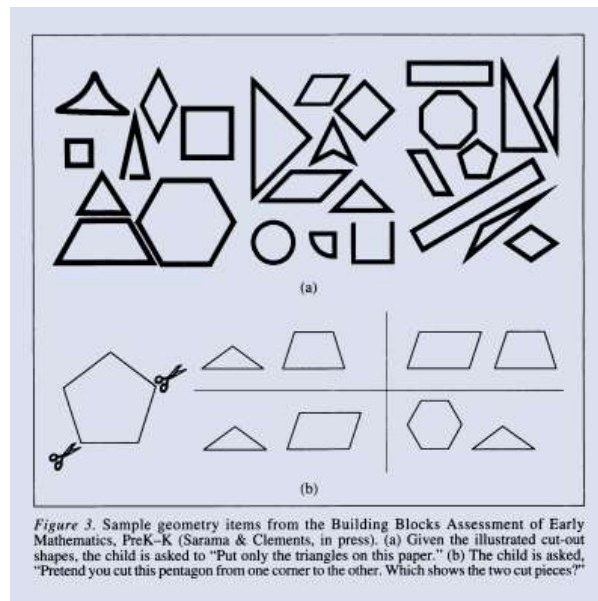
או שבח פומבי בפני הכיתה. משוב מסוג זה נדרש להיות פומבי, אינטלקטואלי, ספציפי ורלוונטי למשימת הקבוצה (Cohen, 1994, בתוך Boaler & Staples, 2008). בד בבד, המורים דרשו מהתלמידים להצדיק את תשובותיהם כמעט בכל עת, פרקטיקה שיצרה מרחב לדיון מתמטי המותאם לפערי הידע הגדולים בין התלמידים. מערכת ההערכה שילבה אחריות אישית וקבוצתית גם יחד. המורים דירגו את איכות השיח בקבוצות, נתנו מבחנים אישיים וקבוצתיים בפורמטים שונים, ובאחד מהם עבדו התלמידים יחד על המבחן אך המורה בדק רק את אחד הדפים האישיים באקראי, וציון זה עמד כציון של כל חברי הקבוצה. פרקטיקה נוספת הייתה הפניית שאלת המשך לחבר קבוצה אחד בלבד לאחר עבודה משותפת, כך שאם התלמיד לא הצליח לענות, המורה השאיר את הקבוצה להמשיך לדון ושבה לשאול את אותו תלמיד שוב, מה שהטיל על הקבוצה אחריות ללמד את חברה בזמן הנתון.

לצד פרקטיקות אלה, המורים שמרו על רמת אתגר קוגניטיבי גבוהה בעת סיוע לתלמידים, נמנעו מהפחתת רמת המשימה גם כאשר תלמידים הפגינו סימני תסכול, והעבירו מסר עקבי לפיו הישג גבוה במתמטיקה הוא תוצר של מאמץ ולא של יכולת מולדת. לבסוף, התהליך הרפלקטיבי של המורים התבסס על שיתוף פעולה מתמשך בתוך המחלקה, הכולל כשש מאות וחמישים דקות בשבוע של תכנון משותף ואישי, מעבר לזמן ההכנה הרשמי שהוקצה להם (Horn, 2002, בתוך Boaler & Staples, 2008). מורים חדשים למדו את הגישה באמצעות פרקטיקת "מעקב", שבה מורה חדש צופה במורה מנוסה יום או יומיים לפני שהוא מלמד את אותו חומר בעצמו, והמחלקה השפיעה גם על תהליכי גיוס וקליטה של מורים חדשים כדי לשמר ליבת צוות בעלת פילוסופיה ומחויבות משותפת.

Building Blocks .3

תוכנית לפיתוח תכנית לימודים במתמטיקה, הממומנת על ידי הקרן הלאומית למדע בארצות הברית, ומיועדת לילדים מטרם-חובה ועד כיתה ב'. התוכנית פותחה מתוך ההנחה שפיתוח תוכנית לימודים מבוססת מחקר יכול לתרום ליצירת חומרי לימוד אפקטיביים יותר, להבנה טובה יותר של החשיבה המתמטית של תלמידים, ולשינוי בתכניות הלימודים במתמטיקה. מטרת המחקר הייתה להעריך אם התוכנית מפתחת ידע מתמטי אצל ילדים בני ארבע בסיכון לכישלון עתידי בלמידת מתמטיקה, ולמדוד עד כמה גדולה השפעתה על התפתחות הידע הזה. מטרה משנית הייתה לבדוק אילו מושגים ומיומנויות מתמטיות ספציפיות החומרים פיתחו. המחקר הראשוני נערך בשני בתי ספר בניו יורק, המשרתים משפחות בעלות הכנסה נמוכה (Clements & Sarama, 2007). המחקר השני הרחיב את ההערכה לשלושים ושש כיתות טרום-חובה, שכללו גם כיתות המשרתות אוכלוסייה במעמד מעורב, ובחן את יישום התוכנית, השפעתה על איכות ההוראה, ואת הישגי הילדים במתמטיקה (Clements & Sarama, 2008).

התוכנית מבוססת על מסגרת תיאורטית שכינה החוקרים "מסגרת מחקר תכנית לימודים", הכוללת שלושה שלבים: בסיס תיאורטי מוקדם הנשען על מחקר קיים, מודל למידה שבו פעילויות נבנות לפי מודלים מבוססי מחקר, והערכה שבה נאספות ראיות לבחינת האפקטיביות (Clements & Sarama, 2007; 2008). עקרון היסוד הוא למצוא מתמטיקה במשחקים ובפעילויות היומיומיות של הילדים, כך שהחומרים מסייעים להרחיב פעילויות מוכרות החל מבנייה בקוביות ועד אמנות, סיפורים ופאזלים. התכנים אורגנו סביב שני תחומים עיקריים, יכולות מרחביות וגאומטריות מצד אחד, ומושגים מספריים וכמותיים מצד שני, כאשר שלושה נושאים, דגמים חוזרים, נתונים, ומיון וסידור, שזורים בשני התחומים הללו (Clements & Sarama, 2007). החלק המרכזי ביותר באסטרטגיה הוא בניית כל תחום תוכן סביב מסלולי למידה מבוססי מחקר, המתארים כיצד חושבים ילדים ומתפתחים בתחום מתמטי מסוים, יחד עם רצף משימות המכוון להוביל אותם באותה התפתחות. לדוגמה, מסלול הלמידה של הרכבת צורות מתקדם מניסוי וטעייה, דרך שימוש חלקי במאפיינים גאומטריים, ועד אסטרטגיות מנטליות לבניית צורות מורכבות, כאשר הילדים פותרים פאזלים מתאימים בעזרת אמצעים מוחשיים ובאמצעות המחשב (Clements & Sarama, 2008) [ראו איור 2].



איור 2 – דוגמאות למשימות הרכבת צורות בתוכנת Building Blocks

מסלולי הלמידה ב-Building Blocks שזורים זה בזה לאורך השנה כולה, ולא נלמדים ביחידות נפרדות, מתוך חמישה נימוקים:

- למידת מתמטיקה היא תהליך מתמשך ומצטבר, וחשיפה עקבית לפעילויות מיומנות חשובה ללמידה.
- מסלולי הלמידה נפרשים על פני שנות התפתחות, ולכן דחיסתם ליחידת לימוד אינה נכונה.
- שנות הגיל הרך הן תקופת התפתחות קוגניטיבית משמעותית עם הבדלים אינדיבידואליים רחבים, ולכן פיזור ההזדמנויות ללמידה לאורך השנה יעיל יותר עבור ילדים רבים יותר.
- תרגול מפוזר על פני זמן מניב זיכרון, שימור והפנמה טובים יותר בכל הגילאים.
- השזירה עשויה לאפשר חיזוק הדדי בין מסלולי הלמידה השונים.

כדוגמה לחיזוק ההדדי, ילד שלומד לזהות במהירות כמה עצמים יש בקבוצה קטנה מבלי לספור (סוביטיזציה), מבין טוב יותר שהמספר האחרון מייצג את הכמות הכוללת, והקשר עובד גם בכיוון ההפוך: ילד שמתקדם בספירה משתפר גם בזיהוי מהיר של כמויות (Clements & Sarama, 2008).

הכלים המרכזיים של התוכנית משלבים שלושה סוגי מדיה: מחשבים, אמצעים מוחשיים (כגון חפצים יומיומיים), וחומרים מודפסים כגון ספרים ודפי משחק. תוכנת המחשב כוללת המחשות ממוחשבות לרעיונות מתמטיים מרכזיים, לדוגמה, בפעילות "פיצה פיצאז" הילדים מתקדמים משלב של התאמת פיצות בעלות מספר תוספות זהה, דרך יצירת פיצה עם מספר תוספות תואם, ועד יצירת פיצה לפי ספרה נתונה בלבד, ובהמשך עוברים לפעילויות חיבור. לכל פעילות מחשב מקבילה פעילות פיזית דומה, כמו זיהוי כמות תוספות על פיצות נייר המוסתרות מתחת למכלים, שהילדים סופרים ומראים למורה. מערכת הניהול בתוכנה מתאימה את המשימות להצלחת הילד לאורך מסלול הלמידה (Clements & Sarama, 2007). המורים שילבו את פעילויות התוכנית במסגרת היומית הקיימת של הכיתה, כגון זמן מפגש, עבודה במרכזים ומשחק חוץ, מבלי לשנות את מבנה היום (Clements & Sarama, 2007; 2008). לדוגמה, זמן המפגש כלל משחקי אצבעות עם ספירה, הצגה קצרה של מרכז או משחק חדש. עבודה במרכזים כללה עבודה פרטנית בתוכנת התוכנית או במרכזי הלמידה בליווי המורה או הסייעת. המורים עודדו את הילדים לשתף אסטרטגיות ולעיתים הדגו אסטרטגיות מוצלחות, כמו בפאזלים חדשים שהילדים פתרו הן בחומרים פיזיים (כגון טנגרם) והן בתוכנת "בונה החלקים" (Clements & Sarama, 2007). במחקר השני, המורים קיבלו גישה ליישומון מקוון בשם Building Blocks Learning Trajectories.

המציג באמצעות סרטונים ותיאורים כיצד רמות חשיבה שונות של ילדים מתבטאות בפועל, ומקשר בין כל רמה לפעילויות המתאימות לה (Clements & Sarama, 2008). לצד הפעילויות בכיתה, התוכנית כללה גם מכתבים שבועיים למשפחות, המתארים את המתמטיקה שהילדים לומדים ומציעים פעילויות בית תומכות (Clements & Sarama, 2007; 2008). הכשרת המורים כללה ארבעה ימי הכשרה ומפגשי רענון דו-חודשיים, שעסקו בתמיכה בהתפתחות מתמטית בכיתה, הקמת מרכזי למידה, הוראה מבוססת מחשב, ופעילויות קבוצתיות קטנות. בניגוד לקבוצת ההשוואה, ההכשרה התמקדה במסלולי הלמידה ובשימוש בהם להערכה מתמשכת. ההכשרה כללה גם ליווי חודשי בכיתה על ידי מאמנים, שכלל ניטור, חיזוק והצעת חלופות, בהתמקדות בסוגיה אחת או שתיים בכל ביקור (Clements & Sarama, 2008). ממצאי מכשיר תצפית ייעודי הראו שכיתות Building Blocks כללו יותר פעילויות מתמטיות ומחשבים פעילים, ושמורי הקבוצה היו מעורבים יותר בפעילויות ונעזרו בהערכה מתמשכת, מבוססת ידיעת מסלולי ההתפתחות של הילדים (Clements & Sarama, 2008).

4. ההתערבות הפרטנית

ההתערבות יושמה ב-21 בתי ספר ציבוריים בשש רשויות עירוניות וכפריות במרכז שוודיה, ומיועדת לתלמידי כיתה ב' שזוהו כנמצאים בסיכון לקשיים מוקדמים במתמטיקה. מטרתה המרכזית היא לחזק את יסודות תחושת המספר והחשבון הבסיסי אצל תלמידים שכשלו ברכישת ידע מספרי בשנת הלימודים הראשונה, מתוך הנחה שהמתמטיקה בנויה באופן היררכי ולכן יש לבסס את הידע הבסיסי לפני התקדמות הלאה (Hart, 1981; Lindström-Sandahl et al., 2024). התלמידים אותרו בסינון כפול שנערך בכיתה א', הכולל מבחן שטף בחשבון ומבחן סדרות מספרים. תלמידים בעלי ציונים נמוכים (אחוזון 25 ומטה) בשני המועדים נכללו במדגם, והוקצו אקראית לקבוצת התערבות (32 תלמידים) ולקבוצת ביקורת (30 תלמידים), בגיל ממוצע של כשמונה שנים. קבוצת הביקורת המשיכה בהוראה רגילה. בשוודיה תוכנית הלימודים הלאומית מתווה תכנים ויעדים במתמטיקה, אך מותירה למורים אוטונומיה נרחבת בבחירת שיטות ההוראה (Hemmi & Ryve, 2015, בתוך Lindström-Sandahl et al., 2024).

האסטרטגיה המרכזית של התוכנית היא ההתערבות משלימה, אינטנסיבית וממוקדת פרט, המועברת אחד על אחד ולא בקבוצה, אשר משלבת ידע מושגי וידע פרוצדורלי במסגרת אחת מתוך הנחה שהם משפיעים זה על זה באופן הדדי בהתפתחות המתמטית (Canobi, 2009, בתוך Lindström-Sandahl et al., 2024). ההוראה הועברה על ידי מורות חינוך מיוחד מוסמכות, מורות יסודי מנוסות וחברות צוות המחקר, במשך עשרה שבועות, בהיקף כולל של 21 שעות הוראה הפרוסות על פני 36 שיעורים, ארבעה ימים בשבוע. תוכן הלימוד כלל הבנת יחסי מספרים, ערך מקום והערכת מיקום על ציר המספרים כביטוי לידע מושגי, לצד חיבור וחסור בספרה אחת ובמספר ספרות ופתרון בעיות מילוליות בסיסיות כביטוי לידע פרוצדורלי ולמיומנות פתרון בעיות. ההוראה הושפעה מגישת ההוראה הישירה: שיעורים מובנים מראש, הדגמה ברורה של המורה, בנייה הדרגתית של מיומנויות, תרגול נרחב, וחזרה על מושגים, עם משוב מיידי מהמורה (Doabler & Fien, 2013; Stockard et al., 2018, בתוך Lindström-Sandahl et al., 2024). רוב השיעורים כללו רכיבים דומים באותו סדר, עם עלייה הדרגתית ברמת הקושי לאורך התוכנית. בפרקטיקה, כל שיעור נבנה במבנה קבוע:

- פתיחה קצרה (דקה)
- חימום: ספירה בעל פה בטווח 1-200 (כ-3 דקות)
- זיהוי מספרים ומציאת המספר שלפני/אחרי (כ-5 דקות)
- "בניית מספר" באמצעים מוחשיים כגון קוביות ומסגרות עשר (כ-5 דקות)
- כתיבת מספרים, כולל העתקה והכתבה (כ-3 דקות)
- זיהוי כמות מיידי בשיעורים הראשונים, ומהשיעור העשירי השוואת כמויות (כ-3 דקות)
- "שותפי מספר": תרגול צירופי מספרים ואחזור עובדות חשבון (כ-5 דקות)
- פתרון בעיות מילוליות בעזרת פיגומים חזותיים (כ-5 דקות)

ייצוגים ליניאריים כגון קו המספרים הוכנסו החל ממחצית התוכנית, לחיזוק ההבנה של יחסי מספרים ותמיכה בחיבור וחסור.

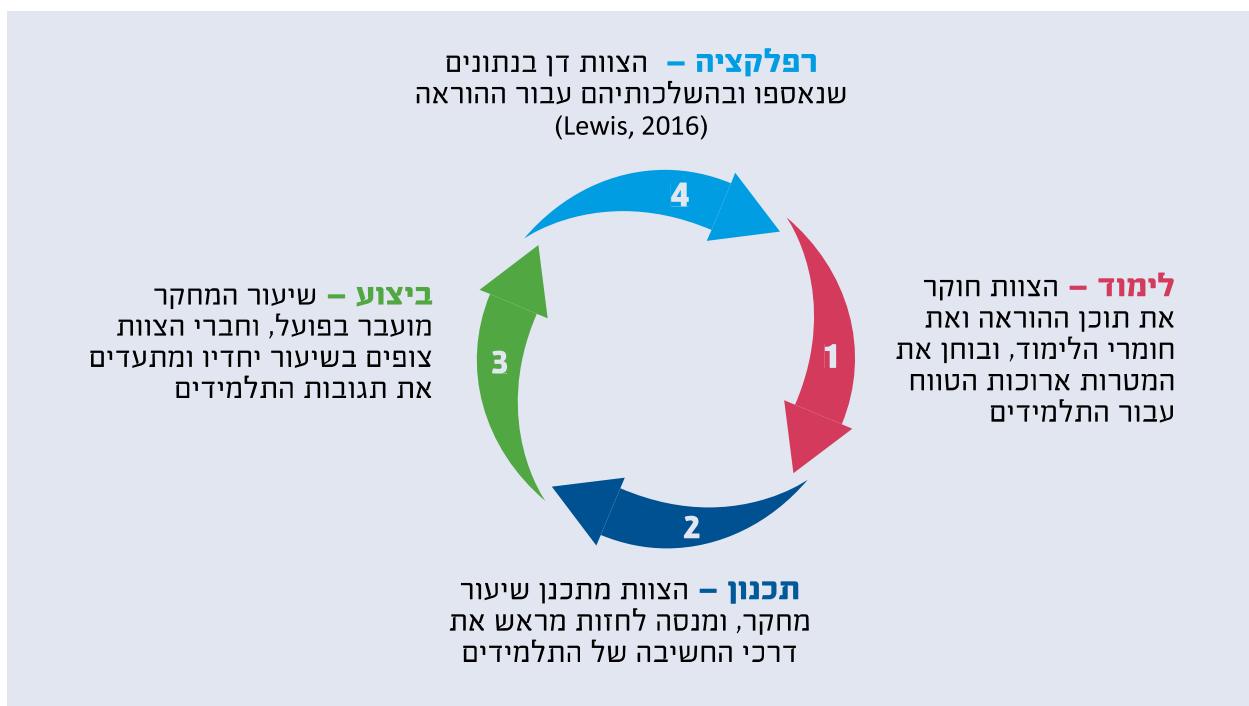
עמידה בדרישות התוכנית נבדקה באמצעות פרוטוקול יומי שבו המורות תיעדו נוכחות וסטיות הקשורות לגורמי תלמיד או לתוכן ומסירת השיעור, לצד ארבע פגישות בהנחיית צוות המחקר שסיפקו תמיכה שוטפת ובדיקות נאמנות, ושאלון קצר שמילאו המורות בתום ההתערבות בנוגע לתוכן ולנהלים של התוכנית. שיעורים שהוחמזו הושלמו בתוך שנים עשר שבועות, וכמעט כל תלמידי קבוצת ההתערבות המשיכו במקביל בהוראת המתמטיקה הרגילה בכיתתם. קבוצת ההתערבות הראתה שיפור משמעותי מקבוצת הביקורת, במידה בינונית, בכל שלושת מדדי התוצאה שנבדקו: ידע מושגי, חישוב חשבוני, ופתרון בעיות.

תוכניות פיתוח מקצועי למורים

Lesson Study .5

Lesson Study היא שיטה יפנית לפיתוח מקצועי של מורים המבוססת על סבבים שיתופיים חוזרים ונשנים של עבודה בקרב צוותי מורים. מטרתה היא שיפור ההוראה והלמידה במתמטיקה באמצעות פעולה בו-זמנית על ארבעה יעדים: העמקת הידע המקצועי של המורים, טיפוח אמונותיהם ועמדותיהם כלפי הוראה ולמידה, בניית קהילה מקצועית לומדת בקרב הצוות, ופיתוח תוכנית הלימודים וחומרי ההוראה. השיטה רואה בידע ובצמיחה המקצועית של המורים את התוצר האמיתי, ולא בשיעור אחד מוצלח (Lewis, 2016).

האסטרטגיה המרכזית בנויה על סבב בן ארבעה שלבים החוזר על עצמו:



תוכנית זו פותחה מתוך שותפות מחקר-שדה בין צוות חוקרים לבין ארגון לפיתוח מקצועי, והתקיימה בעבודה עם צוותי מורי מתמטיקה מנוסים בחטיבה ובתיכון, בעלי חמש שנות ותק ומעלה, בבתי ספר עירוניים באזור מטרופוליני במערב ארצות הברית. מטרתה אינה להקנות למורים דרך הוראה אחת מחייבת, אלא לפתח את שיקול הדעת הפדגוגי שלהם תוך כדי ההוראה בכיתה. בבסיסה עומדת התפיסה שהמורה לומד ומתפתח באמצעות שיח משותף עם עמיתים, הצומח מתוך תיעוד אמיתי של ההוראה עצמה ולא מתוך ידע תאורטי המנותק ממנה. ההקשר הסוציו-אקונומי נוכח לאורך כל העבודה, והצוותים עסקו בהקצאת המשאבים הבלתי שוויונית, במיון התלמידים ובתהליכי השינוי החברתי בשכונת בית הספר, אף שהתוכנית עצמה מכוונת אל התפתחות המורים ולא אל התערבות ישירה בקרב התלמידים.

האסטרטגיה המרכזית היא **שיח צוות מורים מבוסס וידאו** מהכיתה. במהלך העבודה המורה בוחר שאלה מתוך ההוראה שלו, השיעור מצולם בשתי מצלמות, וצוות המורים והחוקרים צופה יחד בקטעים נבחרים ומנתח אותם לאור שאלת המורה. עמדת היסוד היא של חקירה משותפת, לא של מתן הנחיות מוכנות מראש (Ehrenfeld & Horn, 2020).

ליישום הגישה פותחו כמה כלים מעשיים. מסגרת Initiation-Entry-Focus-Exit מפרקת את עבודת המורה בעת ניטור קבוצות לארבע תנועות:

- **Initiation:** איך המורה ניגש לקבוצה
- **Entry:** איך הוא פותח את השיחה
- **Focus:** על מה הוא מתמקד
- **Exit:** איך הוא יוצא ממנה

הפירוק מאפשר להשוות בין מורים שונים ולבחון מה דומה ומה שונה בדרכי הפעולה שלהם. כלי נוסף הוא מיפוי חזותי בשם "עקבות ניטור", תרשים שמראה כמה זמן המורה נשאר ליד כל קבוצה, ובאיזה סדר הוא עבר ביניהן. המורים משתמשים בתרשים הזה כדי להסתכל על עצמם ולחשוב איך הם מחלקים את תשומת הלב שלהם בין הקבוצות. כלי שלישי הוא מיפוי המקורות שהמורים נשענים עליהם בשיחות המקצועיות שלהם: סדנאות, כנסים, משאבים מקוונים, מחקר ומדיניות, תוכניות לימוד, וארגון הפיתוח המקצועי עצמו. המיפוי עוזר למנחי ההשתלמות להכיר מראש את הידע והניסיון שהמורים כבר מביאים איתם. המורים צופים בעצמם, משווים בין דרכי פעולה שונות, ובוחנים את הדילמות הפדגוגיות שעולות מכל בחירה (Ehrenfeld & Horn, 2020).

- אשחר-נץ, ל', בביצ'נקו, מ', לה-גנק, נ', אבו-אסעד, א', וסיגל, ע' (2023). מאמנות אוריינות כמנוף לשינוי בבתי ספר תת-משיגים: פרקטיקות מבטיחות ומתחים מאתגרים בהקשר הישראלי [דוח מחקר]. המרכז לחקר הפדגוגיה - שותפויות אקדמיה-שדה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב.
- בביצ'נקו, מ' (2026). תכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון": מסמך מסכם [מסמך עבודה, טיוטה]. המרכז לחקר הפדגוגיה - שותפויות אקדמיה-שדה.
- גוברמן, ר' (2014). התפתחות החשיבה האריתמטית: פרדיגמה חלופית לערכת הידע של תחום התוכן בקרב פרחי הוראה המתמחים בהוראת המתמטיקה. בתוך ד' פטקין וא' גזית (עורכים), המורה למתמטיקה (עמ' 122-142). תל אביב: מכון מופ"ת.
- הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (2023). עובדי הוראה במערכת החינוך, תשפ"ד (2023/24) (הודעה לתקשורת). ירושלים: הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה.
- וורגן, י' (2008). הוראת מתמטיקה במערכת החינוך: תמונת המצב לגבי המורים. ירושלים: מרכז המחקר והמידע של הכנסת.
- וייסבלאי, א' (2023). מחסור במורים. ירושלים: מרכז המחקר והמידע של הכנסת.
- וייסבלאי, א' (2026). סוגיות בכוח אדם בהוראה ושאלת המחסור במורים: נתונים נבחרים. ירושלים: מרכז המחקר והמידע של הכנסת.
- זלמנסון לוי, ג', ומרגלית, ת' (2009). חינוך לצדק חברתי וחינוך לשלום בשיעורי מתמטיקה. עיונים בחינוך, 3, 97-125.
- מבקר המדינה (2014). הוראת המתמטיקה. בתוך דוח שנתי 46 (עמ' 943-966). ירושלים: משרד מבקר המדינה ונציב תלונות הציבור.
- מבקר המדינה (2023). תקצוב דיפרנציאלי ככלי לצמצום פערים במערכת החינוך. ירושלים: משרד מבקר המדינה ונציב תלונות הציבור.
- מפת הידע לקידום מוביליות חברתית-כלכלית. (2019). מכון ERI. <https://socialmobility.org.il/>
- משרד החינוך, התרבות והספורט (2002). דו"ח הוועדה הציבורית לבחינת לימודי המתמטיקה בישראל (ועדת בן צבי). מדינת ישראל.
- פניגר, י' (2017). שאיפות, הישגים ויחס לבית הספר בקרב תלמידים מקבוצות מיעוט בישראל. בתוך ר' ארביב-אלישיב, י' פניגר וי' שביט (עורכים), יש סיכוי לשינוי? (עמ' 297-320). מכון מופ"ת.
- קרמרסקי, ב', ואביטל, ח' (2016). פיתוח מקצועי של מורים למתמטיקה העוסק בידע ובפרקטיקה של תכנון שיעור וביצועו בסביבה טכנולוגית בגישה היפנית (דו"ח מחקר). רמת גן: בית הספר לחינוך, אוניברסיטת בר אילן.
- רמון, ע' (2009). גישות לחינוך מתמטי בחינוך הביקורתי. [אתר הפדגוגיה הביקורתית](#).

Abdulrahim, N. A., & Orosco, M. J. (2020). Culturally responsive mathematics teaching: A research synthesis. *The Urban Review*, 52, 1–25.

Agirdag, O., Van Houtte, M., & Van Avermaet, P. (2012). Why does the ethnic and socio-economic composition of schools influence math achievement? The role of sense of futility and futility culture. *European Sociological Review*, 28(3), 366–378.

- Aguirre, J. M., Mayfield-Ingram, K., & Martin, D. B. (2013). *The impact of identity in K–8 mathematics: Rethinking equity-based practices*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Bachman, H. J., Votruba-Drzal, E., El Nokali, N. E., & Castle Heatly, M. (2015). Opportunities for learning math in elementary school: Implications for SES disparities in procedural and conceptual math skills. *American Educational Research Journal*, 52(5), 894–923.
- Barak, M. H., & Shoshana, A. (2022). “Learning is not the most important thing; it’s to make them into human beings”: Teacher identity in vocational schools in Israel. *Teaching and Teacher Education*, 117, 103794.
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan*, 80(2), 139–148.
- Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, 110(3), 608–645.
- Bruner, J. S. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist*, 19(1), 1–15.
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.
- Claro, S., Paunesku, D., & Dweck, C. S. (2016). Growth mindset tempers the effects of poverty on academic achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(31), 8664–8668.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 136–163.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal*, 45(2), 443–494. <https://doi.org/10.3102/0002831207312908>
- Darling-Hammond, L. (2010). *The flat world and education: How America’s commitment to equity will determine our future*. Teachers College Press.
- Desimone, L. M., & Long, D. A. (2010). Teacher effects and the achievement gap: Do teacher and teaching quality influence the achievement gap between Black and White and high- and low-SES students in the early grades? *Teachers College Record*, 112(12), 3024–3073.
- Deunk, M. I., Smale-Jacobse, A. E., de Boer, H., Doolaard, S., & Bosker, R. J. (2018). Effective differentiation practices: A systematic review and meta-analysis of studies on the cognitive effects of differentiation practices in primary education. *Educational Research Review*, 24, 31–54.
- Dietrichson, J., Bøg, M., Filges, T., & Klint Jørgensen, A.-M. (2017). Academic interventions for elementary and middle school students with low socioeconomic status: A systematic review and meta-analysis. *Review of Educational Research*, 87(2), 243–282. <https://doi.org/10.3102/0034654316687036>
- Dunne, M., & Gazeley, L. (2008). Teachers, social class and underachievement. *British Journal of Sociology of Education*, 29(5), 451–463.
- Ehrenfeld, N., & Horn, I. S. (2020). Initiation-entry-focus-exit and participation: A framework for understanding teacher groupwork monitoring routines. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 251–272. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09939-2>

- Elliott, L., & Bachman, H. J. (2018). SES disparities in early math abilities: The contributions of parents' math cognitions, practices to support math, and math talk. *Developmental Review*, 49, 1–15.
- Gervasoni, A., Roche, A., & Downton, A. (2021). Differentiating instruction for students who fail to thrive in mathematics: The impact of a constructivist-based intervention approach. *Mathematics Teacher Education and Development*, 23(3), 207–233.
- Graven, M., & Heyd-Metzuyanim, E. (2019). Mathematics identity research: The state of the art and future directions. *ZDM Mathematics Education*, 51(3), 361–377.
- Guberman, R. (2016). Development of arithmetical thinking: Evaluation of subject matter knowledge of pre-service teachers in order to design the appropriate course. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(4), 739–755.
- Gutstein, E., Lipman, P., Hernandez, P., & de los Reyes, R. (1997). Culturally relevant mathematics teaching in a Mexican American context. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(6), 709–737.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- James-Brabham, E., Loveridge, T., Sella, F., Wakeling, P., Carroll, D. J., & Blakey, E. (2023). How do socioeconomic attainment gaps in early mathematical ability arise? *Child Development*, 94(6), 1550–1565.
- Jessup, N. A., & Smith, E. (2026). A need for intersectional analysis in research on parental engagement in mathematics education: A systematic review. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10475-0>
- Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews*, 15(1), 60–68.
- Kensington-Miller, B. (2012). Professional development for secondary school mathematics teachers: A peer mentoring model. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*.
- Lee, H. K., & Choi, A. (2020). Enhancing early numeracy skills with a tablet-based math game intervention: A study in Tanzania. *Educational Technology Research and Development*, 68, 3567–3585.
- Lewis, C. (2016). How does lesson study improve mathematics instruction? *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 571–580. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0792-x>
- Liang, Y., Zhang, L., Long, Y., Deng, Q., & Liu, Y. (2020). Promoting effects of Rtl-based mathematical play training on number sense growth among low-SES preschool children. *Early Education and Development*, 31(3), 335–353.
- Lindström-Sandahl, H., Samuelsson, J., Danielsson, H., Samuelsson, S., & Elwér, Å. (2024). A randomized controlled study of a second grade numeracy intervention with Swedish students at-risk of mathematics difficulties. *British Journal of Educational Psychology*, 94, 1052–1071. <https://doi.org/10.1111/bjep.12705>
- Lubienski, S. T. (2004). Decoding mathematics instruction: A critical examination of an invisible pedagogy. In J. Muller, B. Davies, & A. Morais (Eds.), *Reading Bernstein, researching Bernstein* (pp. 108–122). RoutledgeFalmer.

- Means, B., & Knapp, M. S. (1991). Cognitive approaches to teaching advanced skills to educationally disadvantaged students. *Phi Delta Kappan*, 73(4), 282–289.
- Michaels, S., O'Connor, C., & Resnick, L. B. (2008). Deliberative discourse idealized and realized: Accountable talk in the classroom and in civic life. *Studies in Philosophy and Education*, 27(4), 283–297.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- Olsen, A. A., & Huang, F. L. (2019). Teacher job satisfaction by principal support and teacher cooperation: Results from the Schools and Staffing Survey. *Education Policy Analysis Archives*, 27(11).
- Olsen, A. A., & Huang, F. L. (2021). The association between student socioeconomic status and student–teacher relationships on math achievement. *School Psychology*, 36(6), 464–474.
- Pellegrini, M., Lake, C., Neitzel, A., & Slavin, R. E. (2021). Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis. *AERA Open*, 7(1), 1–29.
- Piaget, J. (1962). *Play, dreams and imitation in childhood*. Norton.
- Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79(2), 375–394.
- Sapir, A., & Mizrahi-Shtelman, R. (2026). Relational care at work: Educators' practices and discourses of care across social inequalities. *British Journal of Sociology of Education*. <https://doi.org/10.1080/01425692.2026.2638272>
- Silver, E. A., & Stein, M. K. (1996). The QUASAR project: The “revolution of the possible” in mathematics instructional reform in urban middle schools. *Urban Education*, 30(4), 476–521.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Speybroeck, S., Kuppens, S., Van Damme, J., Van Petegem, P., Lamote, C., Boonen, T., & de Bilde, J. (2012). The role of teachers' expectations in the association between children's SES and performance in first grade. *PLOS ONE*, 7(4), e34502.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488.
- Tao, Y., & Chen, G. (2024). The relationship between teacher talk and students' academic achievement: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 45, 100638. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2024.100638>
- Temam, S., Billaudeau, N., & Vercambre, M.-N. (2019). Overall and work-related well-being of teachers in socially disadvantaged schools: A population-based study of French teachers. *BMJ Open*, 9(9), e030171. <https://doi.org/10.1136/bmjopen-2019-030171>

- Tirosh, D., Tsamir, P., Levenson, E. S., & Barkai, R. (2020). Setting the table with toddlers: A playful context for engaging in one-to-one correspondence. *ZDM Mathematics Education*, 52, 717–728.
- Van de Walle, J. A. (1999). *Reform mathematics vs. the basics: Understanding the conflict and dealing with it* [presentation]. 77th Annual Meeting of the NCTM.
- Watts, T. W., Duncan, G. J., Siegler, R. S., & Davis-Kean, P. E. (2014). What's past is prologue: Relations between early mathematics knowledge and high school achievement. *Educational Researcher*, 43(7), 352–360.
- Wiederkehr, V., Darnon, C., Chazal, S., Guimond, S., & Martinot, D. (2015). From social class to self-efficacy: Internalization of low social status pupils' school performance. *Social Psychology of Education*, 18(4), 769–784.
- Xuan, X., Xue, Y., Zhang, C., Luo, Y., Jiang, W., Qi, M., & Wang, Y. (2019). Relationship among school socioeconomic status, teacher-student relationship, and middle school students' academic achievement in China. *PLOS ONE*, 14(3), e0213783.
- Yeager, D. S., & Dweck, C. S. (2012). Mindsets that promote resilience: When students believe that personal characteristics can be developed. *Educational Psychologist*, 47(4), 302–314.
- Yeager, D. S., Hanselman, P., Walton, G. M., Murray, J. S., Crosnoe, R., Muller, C., Tipton, E., Schneider, B., Hulleman, C. S., Hinojosa, C. P., Paunesku, D., Romero, C., Flint, K., Roberts, A., Trott, J., Iachan, R., Buontempo, J., Yang, S. M., Carvalho, C. M., ... Dweck, C. S. (2019). A national experiment reveals where a growth mindset improves achievement. *Nature*, 573(7774), 364–369. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1466-y>